

TD 28 | I3&4- Couplage électro-mécanique

	I	II	III	IV	V	VI
Faire preuve de sens physique			✓		✓	
Tracer un régime transitoire			✓			
Decoupler des équations						✓
Exprimer un couple de Laplace				✓	✓	
Etudier un régime sinusoïdal forcé					✓	
Réaliser un bilan d'énergie			✓			✓
Etudier un équilibre		✓	✓	✓		
exprimer la force de Laplace	✓	✓	✓			✓

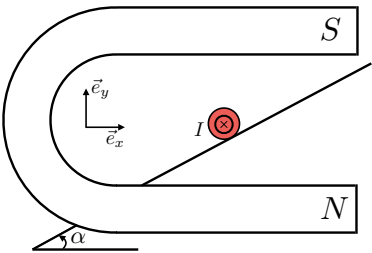
I Deux fils en interaction (★)

On considère deux fils infinis parallèles verticaux distants de d , parcourus par les courants I_1 et I_2 tous deux orientés vers le haut. On rappelle que pour un fil infini d'axe Oz dont l'intensité I est orientée suivant $+\vec{u}_z$, on a $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$.

- Réalisez un schéma de la situation (vue du dessus) et positionnez les différents vecteurs importants.
- Déterminez la force exercée par le premier fil sur une hauteur h du second. De quelle nature est cette force (attractive ou répulsive) ?
- Déterminez ensuite la force exercée par le second fil sur le premier (toujours sur une hauteur h). Commentez

II Equilibre sur un plan incliné (★)

Une tige de cuivre de longueur $d = 5,0\text{ cm}$ et de masse $m = 15\text{ g}$ est placée horizontalement sur des rails de Laplace inclinés d'un angle $\alpha = 20^\circ\text{C}$ par rapport à l'horizontale. Un aimant en U de même largeur d crée un champ magnétique uniforme vertical. La tige, parcourue par un courant d'intensité I est en équilibre dans le référentiel terrestre supposé galiléen.



- Réalisez un schéma puis représentez le vecteur champ magnétique entre les deux pôles de l'aimant.
- Réalisez ensuite le bilan des forces s'exerçant sur la tige.

- En déduire le sens du courant dans la tige sachant que cette dernière est à l'équilibre. A.N. : calculez I pour $B = 0,30\text{ T}$. On donne $g = 9,81\text{ m s}^{-2}$.

III Freinage par induction (★)

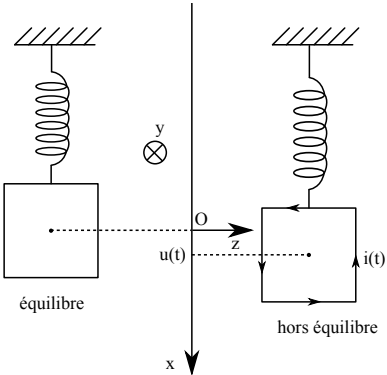
Une bobine plate de masse m est composée de N spires carrées de côté a . Les deux extrémités de l'enroulement sont reliées et, ainsi, la bobine forme un circuit linéique de résistance r et de coefficient d'auto-induction que l'on négligera. On veillera à respecter le sens positif du courant indiqué sur le schéma.

Cette bobine est suspendue à l'extrémité d'un ressort isolant d'axe vertical de longueur à vide l_0 et de raideur k . À l'équilibre, la longueur du ressort est $l_1 > l_0$ et le centre d'inertie C de la bobine possède une abscisse nulle.

Un aimant permanent crée dans la région $x > 0$ un champ magnétique horizontal orthogonal au plan des spires. On considère que ce champ est nul pour $x < 0$ et est uniforme égal à $B\vec{u}_y$ pour $x > 0$.

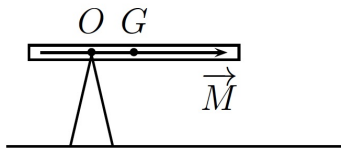
À l'instant $t = 0$ on écarte la bobine de sa position d'équilibre d'une distance $d < \frac{a}{2}$ vers le bas et on l'abandonne sans vitesse initiale. On s'intéresse, en l'absence de tout frottement, au mouvement de translation rectiligne, le centre d'inertie C se déplaçant parallèlement à l'axe Ox . On note $u(t)$ l'abscisse du centre d'inertie de la bobine à l'instant t .

- Réalisez une étude **qualitative et exhaustive** des phénomènes.
- Effectuez l'étude électrique du circuit pour déterminer une relation faisant intervenir l'intensité $i(t)$ et la vitesse $v(t) = \frac{du}{dt}$.
- Déterminez une seconde relation faisant intervenir l'intensité et l'abscisse de la bobine à l'aide de l'étude mécanique.
- En déduire l'équation différentielle en $u(t)$ caractérisant le mouvement étudié. On introduira une pulsation propre ω_0 .
- Montrez que le régime est différent en fonction d'une valeur critique du champ magnétique B_c que l'on déterminera en fonction de N, m, ω_0, r et a .
- Représentez l'allure des variations temporelles de $u(t)$ dans le cas où B est supérieur à B_c .
- Déterminez à l'aide des équations de base établies lors des questions 2 et 3 l'égalité qui traduit le bilan global en puissance à l'instant t : donnez la signification physique des trois termes qui figurent dans ce bilan.



IV Aimant en équilibre (★★)

Un aimant très fin, de moment magnétique $\mathcal{M}$ horizontal (c.f. schéma) et de masse m , repose en équilibre sur une pointe en O . Il est soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ vertical et à la gravité.



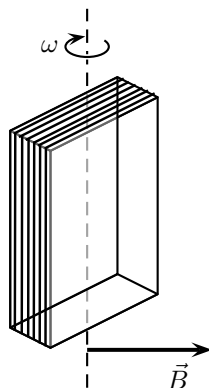
1. Le champ $\vec{B}$ doit-il être dirigé vers le haut ou vers le bas ?
2. Évaluez la distance $d = OG$ pour que l'aimant reste en équilibre horizontal.

V Système en rotation (★★)

On considère une bobine plate comportant $N = 500$ spires rectangulaire de surface $S = 25 \text{ cm}^2$, d'inductance $L = 54 \text{ mH}$ et de résistance interne $r = 15 \Omega$.

Elle est refermée sur une résistance $R = 100 \Omega$ et tourne dans un champ magnétique constant et uniforme d'intensité $B = 300 \text{ mT}$ à une vitesse angulaire constante $\omega = 100 \text{ rad/s}$.

On s'intéresse à l'évolution du courant dans la bobine à partir d'un instant initial où il est nul (par exemple si la bobine est connecté à un interrupteur que l'on bascule en position fermé à $t = 0$)



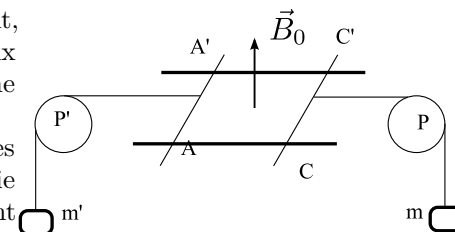
1. Réalisez le schéma électrique correspondant à la situation décrite dans l'énoncé.
2. Déterminez l'équation différentielle vérifiée par le courant qui circule dans la bobine.
3. Donnez l'expression générale des solutions (sans chercher à déterminer la valeur des constantes). Interprétez les différents termes. Après combien de temps le régime permanent est-il atteint ?
4. Calculez la valeur efficace du courant une fois le régime permanent atteint.
5. Quel est le couple nécessaire pour maintenir la vitesse constante en régime permanent

VI Double rail (★★★)

Les deux barres AA' et CC' se déplacent, sans frottement, sur deux rails horizontaux et parallèles dans un champ vertical uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$.

On fait les hypothèses suivantes : les poulies P et P' sont idéales et de moment d'inertie nuls, les masses des barres AA' et CC' seront négligées, chaque barre possède une résistance R , les fils sont inextensibles et enfin on néglige la résistance des rails et les phénomènes d'auto-induction.

On pose $AA' = CC' = a$ et $\frac{1}{\tau} = \frac{B_0^2 a^2}{2R} \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m'} \right)$



1. On note $\vec{v}(t) = v(t)\vec{e}_x$ et $\vec{v}'(t) = v'(t)\vec{e}_x$ les vitesses des barres CC' et AA' . Établissez l'équation électrique donnant le courant $i(t)$ traversant $ACC'A'$.
2. Donnez les deux équations mécaniques traduisant le mouvement des deux barres.
3. Résolvez le système précédent (équations électriques et mécaniques). On déterminera les vitesses en supposant que les masses sont initialement lâchées sans vitesse initiale. (On suggère de faire apparaître les grandeurs $mv + m'v'$ et $v - v'$). Tracez l'allure des courbes $v(t)$ et $v'(t)$.
4. Réalisez un bilan énergétique puis commentez.

Éléments de réponses :

E1 Q2 : $\vec{F}_{(1/2)} = -I_1 I_2 \frac{\mu_0 h}{2\pi d} \vec{e}_r$ avec $\vec{e}_r$ orienté du fil 1 vers le fil 2.

E2 Q3 : $I = 3,57 \text{ A}$

E3 Q4 : $\ddot{u} + \frac{N^2 a^2 B^2}{mr} \dot{u} + \frac{k}{m} u = 0$

E4 Q2 : $d = \frac{\mathcal{M}B}{mg}$

E5 Q4 : On trouve $I_{\text{eff}} = I_m / \sqrt{2} \approx 0,23 \text{ A}$