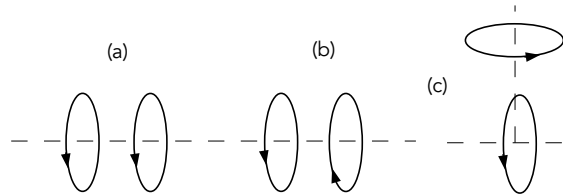


TD 27 | I2- Induction

	I	II	III	IV	V
Réaliser une approximation			✓	✓	✓
Combiner plusieurs éléments	✓				
Gérer des calculs					✓
Faire preuve de sens physique		✓			
Analyser un schéma	✓	✓	✓		
Calculer un flux magnétique			✓	✓	
Decoupler des équations					✓
Etudier un régime sinusoïdal forcé				✓	
Utiliser la loi de Lenz		✓		✓	

I Autour du cours (★)

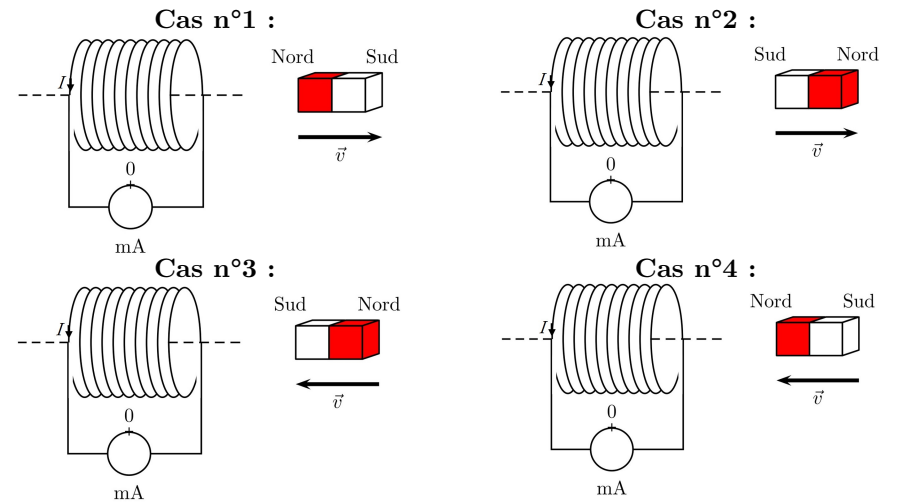
- Deux spires orientées sont placées suivant 3 dispositions (a), (b) et (c). Indiquez le signe de M dans chaque cas.



- Calculer l'inductance propre d'une bobine de longueur l , comportant N spires de surface S . On précisera clairement les hypothèses de calcul.
- On combine en série deux bobines identiques d'inductances L . Démontrer que l'on obtient $L_{eq} = 2L$ à partir du résultat précédent.
- Justifier que le couplage entre deux solénoïdes parallèles est nul
- (★★) Adapter le calcul effectué à la question 2 dans le cas de deux bobines identiques (mêmes N , l et R) d'inductances L placées en parallèle pour démontrer $L_{eq} = L/2$. Attention, il conviendra dans un premier temps de définir proprement les courants circulants dans ces deux bobines.

II Loi de Lenz (★)

- Dans chacun des quatre cas suivants, prévoir le sens du courant induit par application de la loi de Lenz.

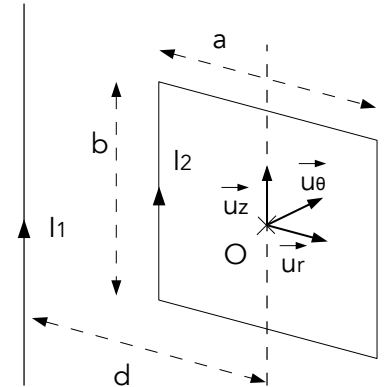


III Calcul d'inductance mutuelle (★★)

On considère un fil infini d'axe (Oz) parcouru par un courant d'intensité I_1 . Une bobine rectangulaire d'épaisseur négligeable, constituée de N spires et parcourue par une intensité I_2 se trouve à une distance d de ce fil.

La spire et le fil sont coplanaires, comme indiqué sur le schéma. On donne l'expression du champ magnétique créé par le fil : $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \vec{u}_\theta$

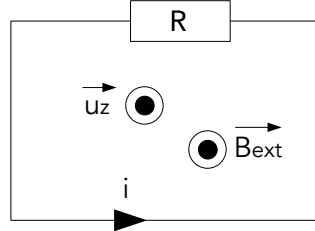
- Calculer le flux du champ $\vec{B}_1$ créé par le fil à travers la bobine. Attention, la champ magnétique n'est pas uniforme.
- En déduire le coefficient M d'inductance mutuelle entre le fil et la bobine.
- Ce résultat dépend-il de l'orientation des intensités ?
- Simplifier finalement ce résultat lorsque $d \gg a$. Commenter



IV Induction propre et externe (★★)

On considère un circuit électrique fixe rectangulaire, d'aire S , de résistance R , plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}_{ext} = B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$, d'amplitude B_0 et dépendant du temps à la pulsation temporelle ω .

On note L le coefficient d'auto-inductance du circuit (non représenté sur le circuit)



- Justifier qu'un courant non nul va apparaître dans le circuit à l'aide d'arguments physiques.
- Établissez l'équation électrique vérifiée par l'intensité i en fonction de B_0, ω, R, L et S . Mettez ensuite cette équation sous forme canonique en faisant intervenir un temps caractéristique, noté τ , à exprimer en fonction des données.
- Expliquez pourquoi, au bout d'un certain temps de fonctionnement, il est légitime de chercher la solution sous la forme $i(t) = i_0 \cos(\omega t + \varphi)$. Montrez alors que l'amplitude i_0 de l'intensité i vaut :

$$i_0 = |\dot{i}| = \frac{SB_0\omega}{L\sqrt{(1/\tau)^2 + \omega^2}}$$

- On note e_L la f.e.m auto-induite et e_{ext} la f.e.m extérieure en régime sinusoïdal forcé. Exprimez le rapport des amplitudes de ces deux f.e.m. en régime sinusoïdal forcé. En déduire la condition sur ω pour pouvoir négliger la f.e.m auto-induite devant la f.e.m extérieure.

- Résolvez ces équations en introduisant deux autres pulsations ω et ω' . Montrez que l'on a alors

$$u_1(t) = u_0 \cos\left(\frac{\omega + \omega'}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega' - \omega}{2}t\right) \text{ et } u_2(t) = u_0 \sin\left(\frac{\omega + \omega'}{2}t\right) \sin\left(\frac{\omega' - \omega}{2}t\right)$$

- Dans le cas où $k \ll 1$, montrez que $u_1(t) \approx u_0 \cos(\omega_0 t) \cos(\Omega t)$ et $u_2(t) \approx u_0 \sin(\omega_0 t) \sin(\Omega t)$ où Ω est une pulsation à déterminer. Comparez ω_0 et Ω . Quel est le nom de ce phénomène ?

Éléments de réponses :

E3 Q2 : $M = \frac{N\mu_0 b}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a/2}{d-a/2}\right)$

E4 Q2 : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{SB_0}{L}\omega \sin(\omega t)$ avec $\tau = \frac{L}{R}$

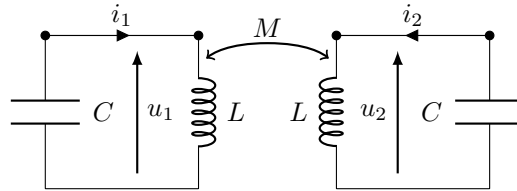
E5 Q4 : On doit trouver :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_1}{dt^2} + \omega_0^2 u_1 &= -k \frac{d^2 u_2}{dt^2} \\ \frac{d^2 u_2}{dt^2} + \omega_0^2 u_2 &= -k \frac{d^2 u_1}{dt^2} \end{aligned}$$

V Circuits couplés (★★★)

Deux circuits électriques sont couplés par induction mutuelle, comme indiqué sur la figure ci-contre.

On néglige la résistance électrique de chacun.



- Établissez un système d'équations différentielles sur u_1 et u_2 . On posera $k = \frac{M}{L}$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.
- A l'instant initial, le condensateur C_1 est chargé $u_1(0) = u_0$ tandis que C_2 est déchargé, et les intensités dans les deux circuits sont nulles. On pose $s(t) = u_1(t) + u_2(t)$ et $d(t) = u_1(t) - u_2(t)$. Établissez les équations sur $s(t)$ et $d(t)$ ainsi que les conditions initiales $s(0^+)$ et $d(0^+)$.