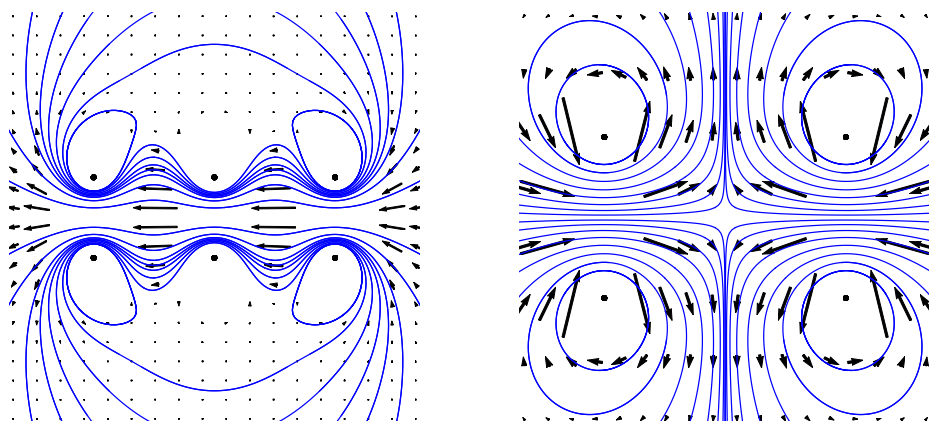


# TD 26 | I1- Production de champs magnétiques

	I	II	III	IV	V	VI
Réaliser une approximation					✓	✓
Gerer des calculs			✓		✓	✓
Démontrer un résultat				✓	✓	
Faire preuve de sens physique	✓	✓		✓		
Exprimer des puissances			✓			
Analyser un schéma	✓		✓		✓	

## I Cartes de champs (★)

On considère les champs magnétiques suivants engendrés par des courants électriques.



1. Sur les deux cartes de champ magnétique précédente, où sont placés les sources de courant ?
2. Dans quel sens le courant circule t'il pour chacune des sources ? Justifier soigneusement votre raisonnement.

## II Aimantation (★)

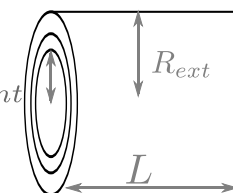
On trouve sur un site commercial les ordres de grandeur suivants pour des aimantations d'aimants permanents. L'aimantation correspond à un moment dipolaire magnétique par unité de volume.

Matériaux	AlNiCo	Ferrite	NdFeB	SmCo5	SmCo17
aimantation ( $\text{kA m}^{-1}$ )	600	1700	2000 à 4000	2000 à 3000	3500 à 5000

1. Rappelez la dimension d'un moment dipolaire magnétique et vérifiez si les unités proposées dans le tableau sont cohérentes avec la définition donnée de la grandeur aimantation.
2. Considérons un aimant en forme de disque d'épaisseur  $e = 1,0 \text{ mm}$ , et de rayon  $R = 10,0 \text{ mm}$ .
  - (a) Calculez l'ordre de grandeur du moment magnétique dipolaire d'un tel aimant en NdFeB (néodyme-fer-bore).
  - (b) Combien de spires de rayon  $R$  parcourues par une intensité de  $0,1 \text{ A}$  faudrait-il bobiner pour obtenir le même moment magnétique dipolaire ?
  - (c) En faisant l'analogie avec une spire simple. Estimez le champ magnétique produit par cet aimant à  $2 \text{ mm}$  de sa surface sur son axe, puis à  $20 \text{ cm}$ .

## III Puissance électrique consommée par une bobine (★)

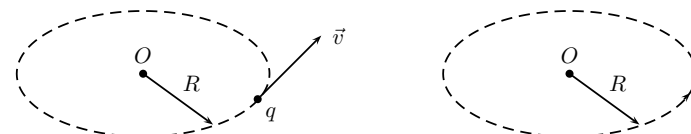
On souhaite fabriquer une bobine d'imagerie à résonance magnétique (IRM) pour atteindre un champ magnétique de  $6 \text{ T}$ . La bobine obtenue est à spire jointive (qui se touchent les unes les autres sans contact électrique) formé d'un seul fil de  $d = 1 \text{ cm}$  de diamètre enroulé pour former un cylindre de  $L = 2 \text{ m}$  de long et d'épaisseur  $R_{ext} - R_{int} = 10 \text{ cm}$ . Le rayon moyen est de  $50 \text{ cm}$  environ.



1. Quel est le courant nécessaire pour obtenir le champ souhaité ?
2. (★★) On donne la résistivité du cuivre à température ambiante :  $\rho = 17 \times 10^{-9} \Omega \text{ m}$ . La formule donnant la résistance pour un fil de section  $S$  et de longueur  $l$  est  $R = \rho \frac{l}{S}$ . Quelle est la tension à appliquer pour maintenir le courant souhaité ? Quelle est la puissance consommée par la bobine ?
3. Expliquez l'intérêt d'une bobine supraconductrice dans ce cas

## IV Moments magnétique et cinétique (★)

Une particule de masse  $m$  et charge  $q$  décrit un mouvement circulaire uniforme de période de révolution  $T$ . On souhaite modéliser ce système comme une spire parcourue par un courant d'intensité  $I$  constante.



1. Exprimez le moment magnétique du système en fonction de  $q$ ,  $T$  et du rayon  $R$ .
2. Exprimez ensuite le moment cinétique (par rapport au centre de l'orbite), pour ce même système. Vérifiez qu'il y a proportionnalité du moment magnétique et du moment cinétique ; que remarque-t-on sur le coefficient de proportionnalité ?
3. Quel ordre de grandeur proposeriez-vous pour le moment magnétique de l'atome d'hydrogène, sachant que le moment cinétique orbital de l'électron est de l'ordre de  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \times 10^{-34}$  J s ? On donne la masse de l'électron  $m = 9,11 \times 10^{-31}$  kg.

## V Champ magnétique créé par un solénoïde (★★)

Le champ créé par une spire de courant plane parcourue par un courant d'intensité  $i$  et dont le rayon est  $R$  peut se calculer à l'aide des lois de l'électromagnétisme. Pour un point  $M$  appartenant à l'axe de symétrie de la spire, la formule est

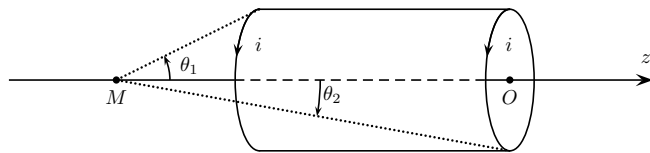
$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 i}{2R} \sin^3 \alpha (\pm \vec{e}_z)$$

où  $\alpha$  est l'angle sous lequel le point  $M$  voit la spire.

1. Le champ est-il dirigé suivant  $+$  ou  $-\vec{e}_z$
2. Calculez la norme de  $\vec{B}$  en un point  $M$  de l'axe distant de  $D = 10$  cm du centre de la spire.

On prendra  $R = 2$  cm et  $i = 0,5$  A. On donne  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  kg m A<sup>-2</sup> s<sup>-2</sup>.

On peut modéliser une bobine de longueur  $L$  et de rayon  $R$  par une succession de  $N$  spires. Le point  $M$  voit la première spire sous l'angle  $\theta_1$  et la dernière sous l'angle  $\theta_2$ . On note  $n = N/L$  le nombre de spires par unité de longueur de la bobine.



3. Déterminez le champ magnétique créé par un élément d'épaisseur  $dz$  de la bobine vu sous un angle  $\theta \in [\theta_1, \theta_2]$  au point  $M$  (on pensera à exprimer le nombre de spires contenues dans cet élément).
4. Par intégration, en déduire le champ magnétique créé en  $M$  par la bobine. On pourra admettre dans un premier temps que l'on peut utiliser le changement de variable :  $dz = \frac{-R d\theta}{\sin^2 \theta}$  et ne la démontrer qu'ensuite<sup>1</sup>.

1. Aide pour la démonstration :

5. Que valent en première approximation les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  si  $M$  est placé à l'intérieur de la bobine et que la longueur de la bobine  $L$  est très grande devant son rayon  $R$  ? En déduire l'expression du champ magnétique dans une bobine longue

## VI Spires de Helmholtz (★★★)

L'objectif de cet exercice est de créer un champ magnétique selon  $\vec{e}_z$  le plus uniforme possible entre deux spires de rayon  $R_1$  et  $R_2$  parcourues par un courant  $I$  identique. On rappelle le champ  $\vec{B}$  généré par une spire :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha (\pm \vec{e}_z)$$

(le signe dépend de l'orientation de la spire et l'angle  $\alpha$  est défini dans l'exercice précédent.)

1. Vaut-il mieux positionner les deux spires avec la même orientation ou au contraire, avec une orientation opposée ?
2. On place les deux spires aux positions  $z_1$  et  $z_2 = -z_1$  respectivement. Exprimez alors le champ magnétique sur l'axe  $\vec{e}_z$  en un point quelconque d'abscisse  $z$  en fonction de  $z_1, z_2, R_1, R_2, \mu_0$  et  $I$ .
3. Afin d'avoir le champ le plus uniforme possible, on souhaite annuler la dérivée de  $B_z$  en  $z = 0$  (au centre des bobines). Déduisez en une conditions sur les rayons  $R_1$  et  $R_2$  des deux spires. Dans toute la suite, on supposera cette condition vérifiée.
4. On peut obtenir un champ encore plus uniforme en essayant aussi d'annuler la dérivée seconde<sup>2</sup> de  $B_z$  en  $z = 0$ . En déduire une condition sur  $|z_2 - z_1|$  en fonction des rayons  $R_1$  et  $R_2$ .

### Éléments de réponses :

E2 Q2 :  $N \approx 3.10^4$

E3 Q2 : tension de 5000 V et puissance consommée de 25 MW

E5 Q4 :  $\vec{B} = \frac{\mu_0 n i}{2} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \vec{e}_z$

E6 Q4 : On retrouve le résultat du cours :  $|z_2 - z_1| = R$

- (a) Exprimez  $\sin \theta$  en fonction de  $R, z$  la position courante de l'élément de bobine considéré et  $z_M$  la position du point  $M$ .
- (b) Exprimez  $\frac{d \sin \theta}{dz}$  en fonction de  $R, \sin \theta$  et  $\cos \theta$
- (c) Exprimez enfin  $\frac{d \sin \theta}{d\theta}$  et en déduire la relation de l'énoncé.

2. Un champ parfaitement uniforme aurait toutes ses dérivées  $n^{iemes}$  nulles en  $z = 0$  (décomposition en série de Taylor)