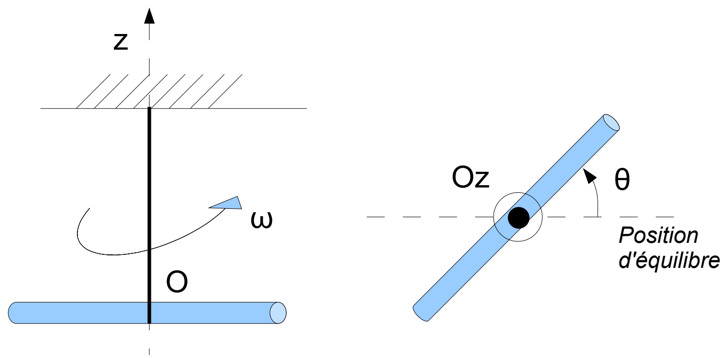
TD 20- **Mécanique du solide**

	I	II	III	IV	V
Etudier un moment de force			✓	✓	
Etudier un régime permanent					✓
Gerer des calculs				✓	✓
Faire preuve de sens physique	✓		✓		✓
Analyser un schéma	✓	✓	✓		
Appliquer le théorème du moment cinétique	✓	✓			✓
Etudier un équilibre			✓	✓	
Choisir un théorème énergétique	✓	✓			

I Pendule de torsion ($\star$)

On considère une tige homogène de longueur l, de masse m et de moment d'inertie $J_\Delta = \frac{ml^2}{12}$ par rapport à l'axe vertical $\Delta = Oz$ accrochée à une ficelle. La position de la tige est repérée par l'angle θ. La ficelle exerce sur la tige une couple de torsion $\mathcal{C} = -C\theta$.



1. Déterminez l'équation du mouvement en appliquant le théorème du moment cinétique.
2. En déduire la pulsation des oscillations de la tige.
3. Calculez la puissance du couple de torsion et montrer qu'on peut définir une énergie potentielle de torsion associée à ce couple. A quel autre interaction physique peut on relier ce cas ?
4. Retrouvez alors l'équation du mouvement à l'aide d'un théorème énergétique.

II Pendule pesant ($\star$)

Un solide de masse M, de centre de masse G, est mobile sans frottements autour d'un axe horizontal $\Delta = (O, \vec{u}_z)$ par rapport auquel son moment d'inertie est J.

On note a la distance de G à l'axe de rotation. On repère la position du solide à un instant donné par l'angle θ que fait (O, G) avec la verticale du lieu.

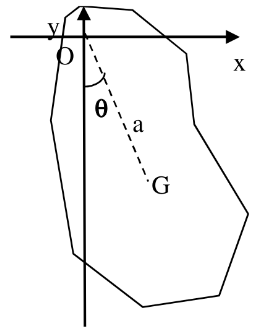


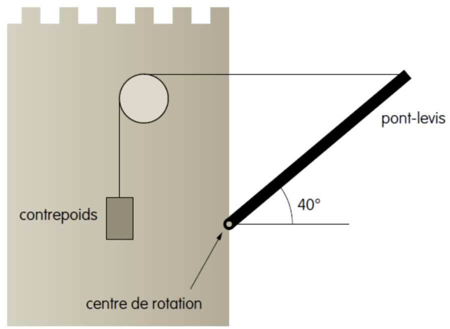
FIGURE 1 – Un pendule pesant.

1. Déterminer l'équation du mouvement en utilisant la loi du moment cinétique.
2. Déterminer l'équation du mouvement en utilisant la loi de la puissance cinétique.
3. Déterminer la pulsation des petites oscillations.

III Equilibre d'un pont levis ($\star$)

Un pont-levis homogène pèse $m = 2$ tonnes et mesure $L = 5\,\mathrm{m}$ de long. Il est maintenu en l'air grâce à une corde et un contrepoids.

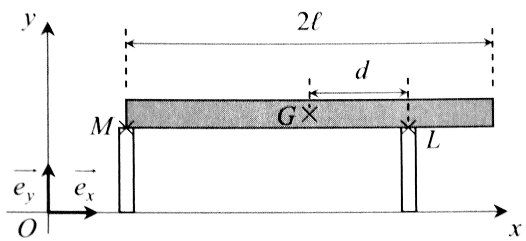
La poulie, supposée idéale, transmet les tensions. La liaison pivot est supposée parfaite. Le pont forme un angle de $\alpha = 40\ °$ par rapport à l'horizontale.

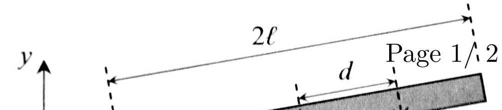


1. Quelle est la masse M du contrepoids ?

IV Portage d'une poutre ($\star\star$)

Marty et Lisa portent ensemble une poutre de longueur $2l = 4,0$ m et de masse $m = 30$ kg. Marty est à une extrémité M de la poutre tandis que Lisa est au point L à une distance $d = 1,4$ m du milieu de la poutre. Les deux forces qu'ils exercent sont verticales.





1. On suppose tout d'abord que Marty et Lisa ont la même taille, la poutre est donc maintenue horizontale.
   (a) Déterminer une équation simple reliant les deux forces $F_M = ||\overrightarrow{F_M}||$ et $F_L = ||\overrightarrow{F_L}||$ exercées sur la poutre.
   (b) Déterminer, à l'aide du théorème du moment cinétique scalaire une seconde équation reliant ces forces. *On réfléchira bien au choix de l'axe.*
   (c) Résoudre le système obtenu et déterminer F_L et F_M.
2. En réalité, Lisa est plus grand que Marty, et la poutre fait un angle α avec l'horizontale. Les forces restent toujours verticales. Déterminer à nouveau les normes des deux forces et commenter.

V Volant d'inertie ($\star\star\star$)

Dans une machine tournante, la partie mobile nommée rotor possède un moment d'inertie J par rapport à son axe de rotation (fixe). Le rotor est soumis à un couple moteur Γ_0 constant, ainsi qu'à des frottements fluide de moment $\mathcal{M} = -\alpha\omega$ où α est une constante de ω la vitesse angulaire du rotor.

1. Quel est le signe de α. Justifiez votre réponse.
2. Le rotor est initialement immobile. Donnez l'évolution de sa vitesse angulaire $\omega(t)$. On donnera notamment sa vitesse finale ω_f et le temps de relaxation du système τ. Commentez la dépendance de ces résultats par rapport à α.

En fait, suite à des vibrations du dispositif, le couple moteur varie selon

$$\Gamma = \Gamma_0(1 + r\cos(\Omega t))$$

où r est liée à l'intensité de la perturbation de Ω sa pulsation. On cherche, après la fin du régime transitoire, une évolution de la vitesse angulaire $\omega(t)$.

3. De quelle forme doit-on chercher $\omega(t)$?
4. Déterminez l'expression de $\omega(t)$ en fonction de r, Ω, τ et ω_f.
5. Expliquez pourquoi, afin de régulariser le fonctionnement du rotor, on lui fixe un anneau de masse assez importante et de grand rayon, appelé *volant d'inertie*. Quelles sont les limites de cette méthode ?

Éléments de réponses :

E1 Q1 : $\dfrac{d^2\theta}{dt^2} + \dfrac{C}{J_\Delta}\theta = 0$

E3 Q1 : $M = \frac{m}{2\tan\alpha}$

E4 Q3 : $F_L = \frac{mgl}{d+l}$

E5 Q4 : $\omega(t) = \omega_f + \dfrac{r\omega_f}{\sqrt{1+(\Omega J/\alpha)^2}}\cos(\Omega t + \varphi)$ avec $\varphi = -\mathrm{atan}(\Omega\tau)$