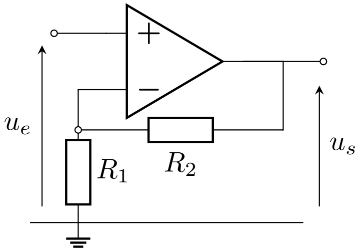
TD 15 | E6- **Amplificateur Linéaire Intégré**

	I	II	III	IV
Gerer des calculs			✓	✓
Faire preuve de sens physique		✓	✓	✓
Analyser un schéma				✓
Appliquer un filtrage à un signal				✓
Réaliser un schéma	✓			
Obtenir une fonction de transfert	✓	✓	✓	✓
Déduire la nature d'un filtre		✓		✓

I Montages simples à base d'ALI ($\star$)

1. *Dessiner le schéma correspondant au montage amplificateur non inverseur (entrée et sortie de même signe). Obtenir ensuite sa fonction de transfert. Le circuit comportera en plus de l'ALI, deux résistors R_1 et R_2.*

Réponse :



Il y a une rétroaction négative donc l'ALI, que l'on suppose idéal, fonctionne en régime linéaire. On en déduit que $\underline{u}_e = V_+ = V_-$.
De plus, un pont diviseur de tension indique :

$$V_- - 0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\underline{u}_s$$

En combinant ces deux résultats, on obtient :

$$H = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \geq 1$$

Ainsi, on a bien un montage amplificateur, mais qui ne renverse pas le signal.

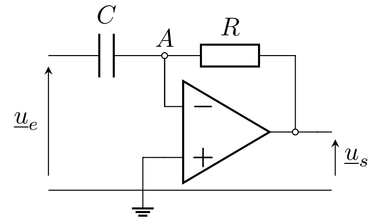
Pour aller plus loin :
Ce montage peut servir à amplifier un signal, mais pas à l'atténuer.

De plus, la fonction de transfert peut aussi être obtenue avec une Loi des Noeuds en Terme de Potentiels appliquée à l'entrée inverseuse : $\underline{i}_1 = \underline{i}_2 + 0 \Rightarrow (0 - V_-)/R_1 = (V_- - \underline{u}_s)/R_2$ puis un peu de calculs afin d'obtenir la même fonction de transfert.

---

2. *Dessiner le schéma correspondant au montage dérivateur. Obtenir ensuite sa fonction de transfert. Le circuit comportera en plus de l'ALI, un résistor R et une bobine L.*

Réponse :



Encore une fois, la rétroaction est bien sur la borne inverseuse donc l'ALI fonctionne en régime linéaire. Cependant, il sera plus simple d'obtenir cette fois sa fonction de transfert à l'aide de la LNTP :

$$\underline{i}_C = \underline{i}_R \Rightarrow (\underline{u}_e - V^-)jC\omega = \frac{V_- - \underline{u}_s}{R}$$

On remarque de plus que $V_- = V_+ = 0$ (masse + régime linéaire) et on en déduit que :

$$H = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = -jRC\omega$$

d'où le résultat.

Pour aller plus loin :

— En plus de dériver, ce filtre multiplie aussi l'entrée par $-RC$, cela est souvent passé sous silence mais il ne faut pas l'oublier. On peut alors combiner ce filtre avec un montage inverseur mais il restera la constante RC. Pour rappel, une fonction de transfert étant sans dimension, il n'est pas possible de dériver sans constante additionnelle car une grandeur et sa dérivée n'ont pas la même dimension.

— On remarque que le résistor et le condensateur sont en série ; en effet, il n'y a pas de courant qui entre dans la borne inverseuse (modèle de l'ALI idéal). On peut alors appliquer un pont diviseur de tension :

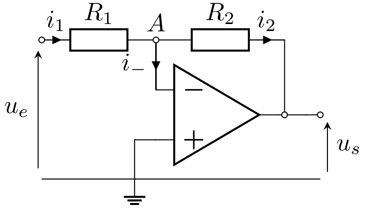
$$(\underline{u}_e - V^-) = \frac{1/(jC\omega)}{R + 1/(jC\omega)} \times (\underline{u}_s - \underline{u}_e)$$

Après calculs, on obtient bien la même fonction de transfert (pour rappel, $V^- = 0$.

---

3. *Dessiner le schéma correspondant au montage amplificateur inverseur (entrée et sortie de signe opposé). Obtenir ensuite sa fonction de transfert. Le circuit comportera en plus de l'ALI, deux résistors R_1 et R_2.*

Réponse :



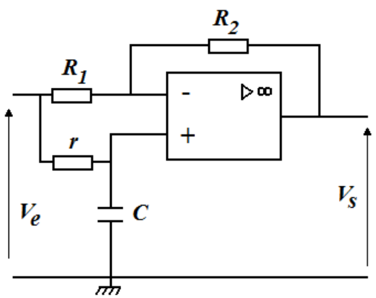
Ce montage ressemble au précédant, où le condensateur est remplacé par un résistor. En appliquant la même méthode, on obtient :

$$H = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Il s'agit bien d'un amplificateur inverseur ($\arg(H) = \pi$).

II Montage déphaseur ($\star$)

On considère le circuit suivant dans lequel l'ALI est supposé idéal.



1. *En régime sinusoïdal forcé, exprimer la fonction de transfert $\underline{H}$ du circuit.*

Réponse :
ALI idéal $\Rightarrow i_+ = i_- = 0$
Rétroaction sur entrée - $\Rightarrow$ régime linéaire $\Rightarrow V_+ = V_-$
Loi des nœuds en terme de potentiel à l'entrée - : $\frac{V_e - V_-}{R_1} + \frac{V_S - V_-}{R_2} = 0$
Loi des nœuds en terme de potentiel à l'entrée + : $\frac{V_e - V_+}{r} + \frac{0 - V_+}{1/jC\omega} = 0$
En injectant une équation dans l'autre, on élimine $V-$ et on obtient la relation recherchée :

$$H = \frac{R_1 - jR_2 rC\omega}{R_1(1 + jrC\omega)}$$

---

2. *Quelle doit être la relation entre R_1 et R_2 pour que le gain soit égal à l'unité ?*

Réponse :
Le gain de la fonction de transfert est donné par son module :

$$|H| = G = 1 \Rightarrow 1 + ((R_2/R_1)rC\omega)^2 = 1 + (rC\omega)^2 \Rightarrow \boxed{R_1 = R_2}$$

On peut ainsi ré-écrire la fonction de transfert :

$$H = \frac{1 - jrC\omega}{1 + jrC\omega}$$

---

3. *Donner, dans ce cas, l'expression du déphasage ϕ de la tension de sortie $V_S(t)$ par rapport à la tension d'entrée $V_e(t)$. Quel est l'intérêt de ce montage ?*

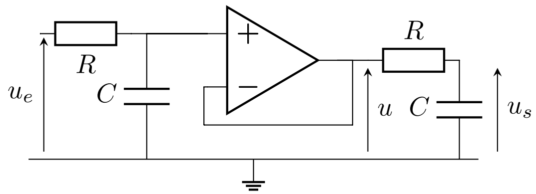
Réponse :
Dans ce cas, le déphasage de la sortie par rapport à l'entrée vaudra

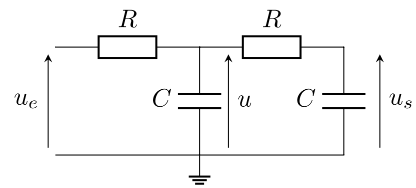
$$\Delta\phi_{S/e} = \arg(H) = \arg(1 - jrC\omega) - \arg(1 + jrC\omega) = -2\arctan(rC\omega)$$

Ainsi, le circuit étudié déphase la sortie par rapport à l'entrée sans toucher à son gain, d'où son nom !

III Filtres en cascade ($\star\star$)

On considère les deux montages suivant, dont le premier utilise un ALI et l'autre non.





1. *Déterminez la fonction de transfert du filtre de gauche (avec ALI). La mettre sous la forme $\underline{H} = \frac{1}{1 - x^2 + j\frac{1}{Q_0}x}$ avec $x = \frac{\omega}{\omega_0} = RC\omega$ et Q_0 à déterminer.*

Réponse :
On étudie d'abord le coté gauche du circuit. Le courant entrant dans l'ALI étant nul, on reconnait un pont diviseur de tension entre R et C :

$$\underline{e} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}\underline{u}_e = \frac{1}{1 + jRC\omega}\underline{u}_e = \frac{1}{1 + jx}\underline{u}_e$$

en notant $x = jRC\omega$. On obtient de plus pour la partie droite du circuit $\underline{u}_s = \frac{1}{1+jx}\underline{s}$. Les tensions e et s étant identiques, on en déduit :

$$\frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e} = \left(\frac{1}{1+jx}\right)^2 = \frac{1}{1 + 2jx - x^2} = \frac{1}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$$

d'où par identification avec la forme canonique $Q = \frac{1}{2}$.

---

2. *Comparer avec le filtre suivant (sans ALI)*
   Indication : on commencera par exprimer $\underline{U}_s$ en fonction de $\underline{U}$ puis $\underline{U}$ en fonction de U_e.
   Quel est le facteur de qualité Q' de ce nouveau montage ?

Réponse :
Pour cette question, il ne faut pas tout de suite chercher à simplifier le circuit sinon, on va "perdre la trace" de $\underline{U}_s$ à l'intérieur du dipôle équivalent. Il convient alors d'exprimer cette dernière tension en fonction de $\underline{U}_1$:

$$\underline{U}_s = \frac{1}{1+jx}\underline{U}_1 \Rightarrow \underline{U}_1 = (1 + jx)\underline{U}_s$$

Pour aller plus loin :
Méthode 1 :
Le circuit peut ensuite être simplifié ; les trois dipôles de droite peuvent être combiné en un dipôle équivalent :

$$\frac{1}{Z_{eq}} = jC\omega + \frac{1}{R + \frac{1}{jC\omega}} = jC\omega\left(1 + \frac{1}{1+jx}\right)$$

On peut alors exprimer $\underline{U}_1$ en fonction de $\underline{U}_e$:

$$\underline{U}_1 = \frac{Z_{eq}}{Z_R + Z_{eq}}\underline{U}_e = \frac{1}{1 + jx\left(1 + \frac{1}{1+jx}\right)}\underline{U}_e$$

On retrouve finalement la fonction de transfert souhaitée :

$$\frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{1}{1 + jx\left(1 + \frac{1}{1+jx}\right)} \times \frac{1}{1+jx} = \frac{1}{1 + jx + jx + jx - x^2} = \frac{1}{1 + 3jx - x^2}$$

D'où au final $Q' = \frac{1}{3}$
Pour cette question, il faut faire preuve de méthode lors des calculs et éviter de développer à tout vas. Sinon, ces derniers peuvent vite se compliquer !

Pour aller plus loin :
Méthode 2 :
On peut utiliser la loi des nœuds en terme de potentiel

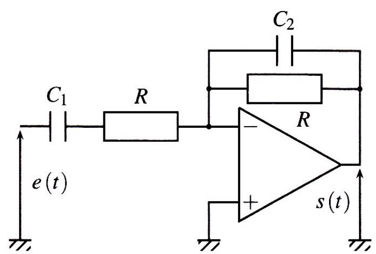
$$i = i_1 + i_s \Rightarrow \frac{\underline{U}_e - \underline{U}_1}{R} = \underline{U}_1 jC\omega + \underline{U}_s jC\omega \Rightarrow \underline{U}_e = \underline{U}_s\left((1 + jx)(1 + jx) + jx\right)$$
$$\Rightarrow H = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{1}{1 + 3jx - x^2}$$

Et on retrouve encore une fois $Q' = 1/3$.
Conclusion :
Ainsi, on observe que la présence de l'ALI permet de chainer facilement les filtres et d'obtenir un résultat simple : $H = H_g \times H_d$. En effet, son courant nul en entrée (impédance d'entrée infinie) ne modifie pas le fonctionnement du filtre de gauche.
A l'inverse, sans la présence de l'ALI, on ne peut pas appliquer un pont diviseur de tension sur la partie gauche sans prendre en compte la partie de droite. On a donc ici $H' \neq H_g \times H_d$.

IV Filtrage actif ($\star\star\star$)

On considère le circuit ci-contre, constitué de deux résistors identiques et de deux condensateurs de valeurs différentes notées C_1 et C_2.

On suppose de plus que l'ALI est idéal.



1. *l'ALI va-t-il fonctionner en régime linéaire ou bien saturé ? Justifiez soigneusement votre réponse*

Réponse :
Il y a une rétroaction sur la borne inverseure de l'ALI. Ce dernier va donc fonctionner en régime linéaire, tant que $|u_s| \leq V_{\text{sat}}$.

---

2. *Etablissez la fonction de transfert du montage ci-contre et la mettre sous la forme :*

$$\underline{H} = -\frac{j\frac{\omega}{\omega_1}}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_2}\right)}$$

Réponse :
Branchement sur la borne inverseuse de l'ALI donc fonctionnement linéaire supposé. Il suffit alors d'appliquer la LNTP en $V_- = V_+ = 0$:

$$\underline{H} = -\frac{1}{Z_1 Y_2}, \quad Z_1 = R + \frac{1}{jC_1\omega} \ \text{ et } Y_2 = \frac{1}{R} + jC_2\omega \tag{1}$$

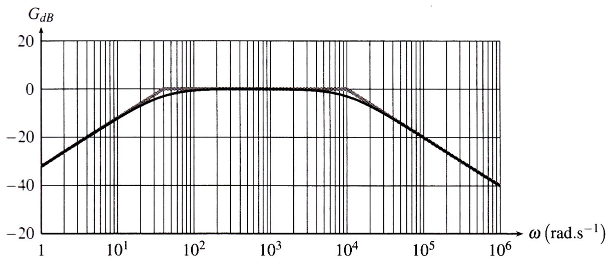
$$\Rightarrow \quad H = -\frac{jRC_1\omega}{(1 + jRC_1\omega)(1 + jRC_2\omega)} \tag{2}$$

soit par identification : $\omega_1 = 1/(RC_1)$ et $\omega_2 = 1/(RC_2)$

---

3. *Le gain est tracé ci-dessous ; figurent le gain réel et le gain asymptotique. En déduire les valeurs de RC_1 et de RC_2.*

Réponse :
On retrouve ω_1 et ω_2 aux intersections des asymptotes : $\omega_1 = 40\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ car cette pulsation est associée à un filtre passe haut, que l'on retrouve à gauche du diagramme. De même $\omega_2 = 1{,}0 \times 10^4\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ (comportement passe bas, à droite).



4. *Le montage peut-il être utilisé en dérivateur ? En intégrateur ?*

Réponse :
On observe un comportement dérivateur pour $f \ll f_1$ (+20dB par déc.) et intégrateur pour $f \gg f_2$ (+20 dB par déc.).

---

5. *Représentez l'allure de $s(t)$ si $e(t)$ est un signal créneau de pulsation $\omega = 2$ rad.s^{-1} et d'amplitude 2V.*

Réponse :
Dans ce cas, on a $\omega \ll \omega_1$ et l'essentiel des harmoniques se trouvent dans la zone "dérivateur". On obtient donc une sortie type "impulsion" positives puis négatives. En pratique, il s'agit plutôt d'exponentielles décroissantes.

---

6. *Explicitez l'allure de la réponse de ce système à un échelon de tension lorsque $C_1 = C_2$. On supposera que les condensateurs sont initialements déchargés.*

Réponse :
Il convient dans un premier temps d'obtenir l'E.D. du système à partir de la fonction de transfert :

$$\underline{H} = -\frac{jx}{1 + 2jx + (jx)^2} \quad \text{avec} \quad x = \omega/\omega_1 = \omega/\omega_2 \Rightarrow \underline{u}_s\left(1 + 2jx + (jx)^2\right) = jxs\underline{u}_e \tag{3}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2 u_s}{\mathrm{d}t^2} + 2\omega_0\frac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u_s = \omega_0\frac{\mathrm{d}u_e}{\mathrm{d}t} \tag{4}$$

avec ici, $u_e = cste$ lorsque $t > 0$. Le facteur de qualité associé vaut $1/2$ et on obtient un régime critique avec comme condition initiale $u_s(0^+) = u_s(0^-) = 0$ d'après l'énoncé puis $\frac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}t}(0^+) = -E/(RC)$ (démo à base de LdN et LdM à $t = 0^+$).

Éléments de réponses :

E2 Q2 : $R_1 = R_2$
E3 Q2 : On doit trouver $Q = \frac{1}{2}$ et $Q' = \frac{1}{3}$