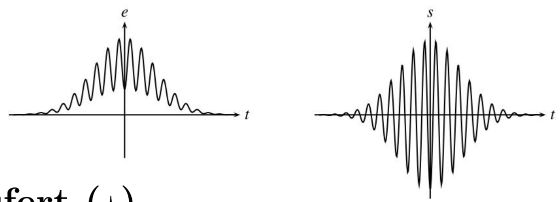
TD 14 | E5- **Filtrage linéaire**

	I	II	III	IV	V	VI
Combiner plusieurs éléments			✓	✓		
Gerer des calculs				✓		✓
Faire preuve de sens physique	✓		✓			✓
Analyser un schéma	✓			✓	✓	✓
Tracer un diag. de Bode		✓	✓			
Appliquer un filtrage à un signal					✓	✓
Déduire la nature d'un filtre	✓					✓
Obtenir une équation différentielle		✓			✓	
Obtenir une fonction de transfert		✓	✓	✓	✓	✓

I Filtrage d'un signal ($\star$)

1. Quel type de filtre permet-il de passer du signal e au signal s ? Expliquer qualitativement.



II Fonctions de transfert ($\star$)

A l'aide d'un circuit RLC série, obtenez les fonctions de transfert des filtres suivants puis tracez les diagrammes de Bode en gain associés pour différentes valeurs du facteur de qualité. **Les tracés des asymptotes devront figurer sur vos graphiques** et leurs expressions devront être justifiées. *Les identifications aux formes canoniques se feront à l'aide des formules proposées dans le cours.*

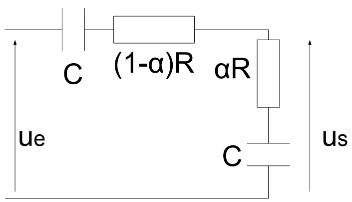
Retrouver ensuite les deux équations différentielles reliant les tensions de sortie et d'entrée en conservant les grandeurs ω_0 et Q.

1. Filtre passe bande du second ordre
2. Filtre passe haut du second ordre

III Correcteur de tonalité ($\star$)

On étudie un montage utilisé pour la correction de tonalité sur un amplificateur audio.

On considère le circuit ci-contre, utilisé en régime sinusoïdal forcé. On posera $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$. On précise $\alpha \in [0,1]$.



1. Montrez que la fonction de transfert du montage peut se mettre sous la forme :
$$\underline{H} = \frac{\underline{u_s}}{\underline{u_e}} = H_0 \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}}\ ,\ H_0 \in \mathbb{R}$$
Exprimez H_0, ω_1 et ω_2 en fonction de α et ω_0.
2. A quelle condition portant sur α a-t-on $\omega_1 < \omega_2$?
3. On suppose $\alpha > \frac{1}{2}$. Construire les diagrammes de Bode asymptotiques en gain et phase des fonctions de transfert suivantes (justifiez les pentes des asymptotes et les points anguleux) :
$$\underline{H}_1 = 1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\ ,\ \underline{H}_2 = \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}}$$
En déduire le diagramme de Bode du filtre $H(\omega)$
4. Même question si $\alpha < \frac{1}{2}$. Que se passe-t-il si $\alpha = 0$?
5. Justifiez la dénomination "correcteur de fréquences aigües".
6. Proposez un montage permettant de corriger uniquement les basses fréquences

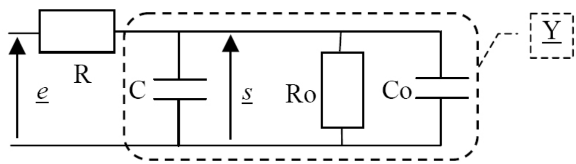
IV Etude d'un filtre RC à l'oscilloscope ($\star\star$)

On considère un circuit RC série alimenté par un générateur de tension sinusoïdal supposé idéal.

1. En l'absence d'oscilloscope branché sur le circuit, déterminez la fonction de transfert en tension $\underline{H}$ si la grandeur de sortie est la tension aux bornes du condensateur puis la mettre sous sa forme canonique (c.f. cours).
2. Quel type de filtre est ainsi réalisé ?
3. Rappelez la définition de la pulsation de coupure ω_c à -3 dB d'un filtre puis donner son expression dans le cas présent.
4. Application numérique : calculez la fréquence de coupure f_c du filtre pour $R = 4{,}7\,\mathrm{k\Omega}$ et $C = 22\,\mathrm{nF}$.

Influence d'un oscilloscope sur le filtre RC

On utilise un oscilloscope dont les caractéristiques d'entrée sont indiquées : $1\,\mathrm{M\Omega}$, $25\,\mathrm{pF}$; dans la suite, on désigne par R_0 et C_0 la résistance et la capacité correspondantes.



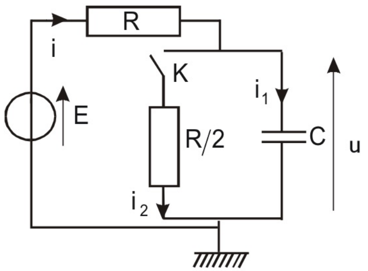
Cet appareil, branché sur le filtre précédent, correspond ainsi au circuit ci-dessus.

5. Déterminez **simplement** le gain à **basse fréquence**, noté H'_0, de l'ensemble.
6. Exprimez l'admittance complexe $\underline{Y}$. Quelle est la limite à basse fréquence du déphasage de la tension $s(t)$ par rapport a l'intensité $i(t)$ parcourant le dipôle équivalent d'admittance $\underline{Y}$?
7. Déterminez la nouvelle fonction de transfert $\underline{H'} = \underline{s}/\underline{e}$ sous la forme

$$\underline{H'} = \frac{H'_0}{1 + j\omega/\omega'_0}$$

8. Estimez ensuite les variations relatives du gain en BF et de la fréquences de coupure lors de l'ajout de l'oscilloscope. Ce dernier perturbe-t-il le montage

V Diagramme de Bode ($\star\star$)

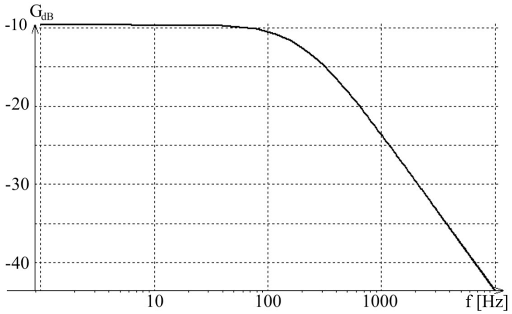


On considère le circuit suivant et on se place en régime sinusoïdal.

L'interrupteur est fermé et nous remplaçons le générateur de f.e.m constante par une source idéale de tension de f.e.m. $e(t) = E\sqrt{2}\cos(\omega t)$ où ω représente la pulsation du générateur.

On associe le complexe $\underline{u} = U\sqrt{2}\exp(j(\omega t + \varphi)) = \underline{U}\exp(j\omega t)$ à la tension $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ où $\underline{U} = U\sqrt{2}\exp(j\varphi)$. De même, $\underline{E} = E\sqrt{2}$.

1. Quelle est l'amplitude du signal $e(t)$? Que représente alors la grandeur E ?
2. Calculez la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{U}}{\underline{E}}$ que l'on écrira sous la forme $\underline{H} = \frac{H_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$. Préciser le module de $\underline{H}$ et le déphasage φ.
3. Établissez l'expression littérale de la fréquence de coupure f_c en fonction de R et C.
4. On trace le diagramme de Bode en fonction de la fréquence f
   (a) On obtient le graphe ci-contre. Déterminer graphiquement la valeur de f_c en précisant la méthode utilisée.
   (b) En déduire la valeur de la capacité C si $R = 1{,}0\,\text{k}\Omega$.

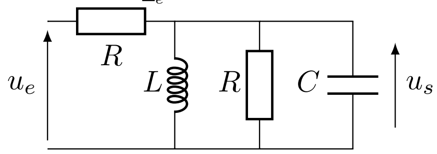


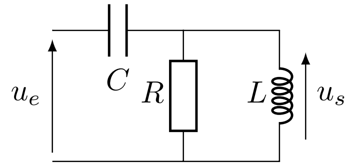
5. A l'aide de la fonction de transfert, retrouvez simplement l'équation différentielle liant $u(t)$ à $e(t)$?

6. ($\star\star\star$)Quelle sera l'action de ce filtre sur un signal créneau de fréquence $f = 1000\,\text{Hz}$ et de valeur moyenne nulle ? (pour cette question, il convient de prédire l'allure de $u_s(t)$ correspondante à $u_e(t)$).
7. ($\star\star\star$)Même question pour $f = 10\,\text{Hz}$.

VI Nature de deux filtres ($\star\star\star$)

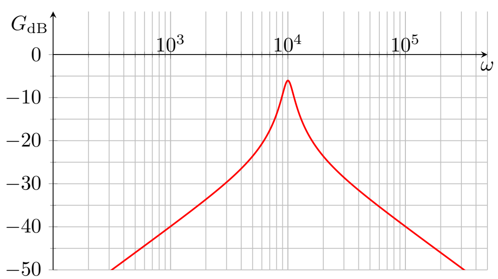
On pose $\underline{H} = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$ puis on considère les deux filtres suivants :

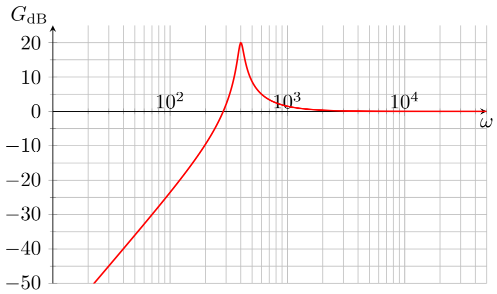




1. Déterminez **simplement** la nature de ces filtres.

On considère alors les deux diagrammes de Bode en gain suivants :





2. Déterminez les valeurs numériques des constantes Q, ω_0 et G_0 des deux filtres en étudiant les asymptotes des diagrammes de Bode en gain correspondant où les pulsations sont indiquées en $\text{rad}\,\text{s}^{-1}$
3. Donner l'allure du signal recueilli en sortie du filtre passe bande pour un signal d'entrée de type créneau de moyenne nulle et de pulsation $\omega = 2 \times 10^3\,\text{rad/s}$.
4. Donner l'allure du signal recueilli en sortie du filtre passe bande pour un signal d'entrée de type créneau de moyenne nulle et de pulsation $\omega = 2 \times 10^4\,\text{rad/s}$.

Éléments de réponses :

E3 Q2 : On doit trouver $\alpha > \frac{1}{2}$
E4 Q4 : On doit trouver $f_c = 1539\,\text{Hz}$
E5 Q2 : On doit trouver $C = 2{,}4\,\mu\text{F}$
E6 Q2 : Pour le premier circuit, on obtient $G_0 \approx 0,5$, $\omega_0 = 10^4\ rad.s^{-1}$ et $Q \approx 5$