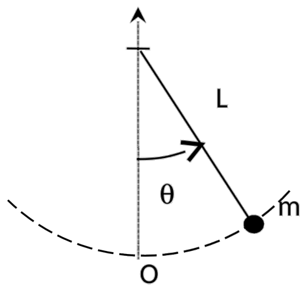
TD 10 | M3- **Energétique du point**

	I	II	III	IV	V	VI
Réaliser une approximation	✓					✓
Analyser la cinématique	✓				✓	
Gerer des calculs	✓		✓		✓	
Faire preuve de sens physique				✓		✓
Etablir un bilan des actions	✓			✓	✓	
Etudier un équilibre		✓				✓
Résoudre une équation différentielle	✓		✓			
Choisir un théorème énergétique	✓	✓		✓	✓	
Obtenir une équation différentielle	✓					✓

I L'énergie et le pendule ($\star$)

On considère un pendule simple constitué d'une masse m accrochée au bout d'un fil de longueur L. Tant que le fil est tendu, on repère la position de la masse par l'angle θ représenté sur la figure ci-contre. On néglige les frottements.
À l'instant initial, $\theta(t=0) = 0°$ et on donne au mobile une vitesse purement orthoradiale de norme v_0 telle que les oscillations restent de faible amplitude. Par choix, l'origine du repère sera prise à l'intersection de la trajectoire de M avec la verticale.



1. *Déterminer l'équation différentielle sur la variable $\theta(t)$ vérifiée par le pendule, à l'aide d'une loi portant sur l'énergie. En déduire $\theta(t)$.*

Réponse :
L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de pesanteur (avec l'axe (Oz) vertical ascendant) :

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgz + \text{cst} = \frac{1}{2}m\left(L\dot{\theta}\right)^2 + mgL(1-\cos\theta) + \text{cst}.$$

Le poids est une force conservative. La tension du fil ne travaille pas car cette force est toujours orthogonale au vecteur vitesse et au vecteur déplacement élémentaire. On peut alors appliquer le théorème de la puissance mécanique (TPM) à M dans R_{gal} :

$$\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = P_{nc} = 0 \quad \Rightarrow \quad mL^2\dot{\theta}\ddot{\theta} + \dot{\theta}mgL\sin\theta = 0,$$

d'où, en divisant par $\dot{\theta}$,

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0.$$

Les oscillations sont de faible amplitude donc l'équation précédente peut se linéariser pour obtenir une équation type oscillateur harmonique.

$$\theta(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) \qquad \text{avec} \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}},$$

avec les conditions initiales $\theta(0) = 0$ et $\dot{\theta}(0) = v_0/L$, on obtient après calcul :

$$\boxed{\theta(t) = \frac{v_0}{L\omega_0}\sin(\omega t)},$$

Remarque. Il est aussi possible d'utiliser la loi de l'énergie cinétique ou la loi de la puissance cinétique pour trouver le même résultat (tant que l'on ne considère qu'un point matériel, ces trois lois sont équivalentes).

---

2. *Quelle altitude maximale $z_{\max}$ est atteinte par ce pendule. On utilisera pour cela l'expression de $\theta(t)$ obtenue précédemment, dans le cadre de l'approximation des petits angles.*
On rappelle que $\forall\varepsilon \ll 1,\ \cos(\varepsilon) \approx 1 - \varepsilon^2/2$

Réponse :
L'altitude est maximale lorsque θ passe par un extremum (lorsque le sinus vaut 1 ou -1) donc par exemple, pour le maximum de droite, lorsque $\theta = \theta_m = v_0/(L\omega_0)$
L'altitude correspondante s'obtient par étude géométrique :

$$z_{\max} = L - L\cos(\theta_m) = L(1-\cos(\theta_m)) \approx L\frac{\theta_m^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g}$$

---

3. *Déterminer ensuite l'expression de l'altitude maximale $z_{\max}$ atteinte par ce pendule sans aucune approximation, à l'aide d'un théorème énergétique, et comparer au résultat précédent.*

Réponse :
L'énergie mécanique à l'instant initiale est, en choisissant l'énergie potentielle nulle à $\theta = 0$ (donc en $z = 0$) :

$$E_m(\text{initiale}) = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

L'énergie mécanique lorsque le pendule est le plus haut possible est (l'énergie cinétique étant alors nulle) :

$$E_m(\text{zmax}) = mgz_{\max},$$

On applique alors le théorème de l'énergie mécanique entre ces deux états, d'où :

$$\Delta E_m = W_{nc} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = mgz_{\max},$$

donc

$$\boxed{z_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}}.$$

Ce résultat correspond bien à celui obtenu précédemment.

II Distance minimale d'approche ($\star$)

1. *Rappelez l'expression de la force d'interaction coulombienne entre deux charges q_1 et q_2 séparées d'une distance r.*

   Réponse :
   TODO

---

2. *Rappelez la relation entre le travail élémentaire d'une force conservative et son énergie potentielle.*

   Réponse :
   TODO

---

3. *Déterminez l'énergie potentielle électrostatique dont dérive la force d'interaction coulombienne. On la supposera nulle à l'infini.*

   Réponse :
   $E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$

Une particule de masse m et de charge $+2e$ est lancée vers un noyau d'atome immobile de charge $+Ze$. Elle vient de l'infini avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ comme représentée ci-dessous.

4. *Pourquoi la particule ne peut-elle pas percuter le noyau ? Quelle est sa vitesse lorsqu'elle est au plus proche du noyau ?*

   Réponse :
   TODO

---

5. *Calculez la distance minimale d à laquelle elle peut s'approcher en fonction de Z, e, m, v_0 et ε_0.*

   Réponse :
   On trouve $d = \frac{Ze^2}{\pi\varepsilon_0 m v_0^2}$

---

6. *Faîtes l'application numérique pour $Z = 56$ (noyau d'or), $m = 6{,}63 \times 10^{-27}\,\text{kg}$, et $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9\,\text{S I}$. puis $v_0 = 1000\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$*

   Réponse :
   TODO

III Résolution d'équations différentielles ($\star$)

Trouvez la forme générale des solutions des EDs suivantes **en utilisant la méthode de séparation des variables**. On fera apparaître des instants t_1 et t_2.

1. $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \alpha x = 0$

   Réponse :
   On récrit cette équation $\frac{\mathrm{d}x}{x} + \alpha \mathrm{d}t = 0$ et on intègre chaque termes :

   $$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\mathrm{d}x}{x} + \int_{t_1}^{t_2} \alpha \mathrm{d}t = 0 \Rightarrow \ln(|x_2/x_1|) = -\alpha(t_2 - t_1)$$
   $$\Rightarrow x_2 = \pm|x_1|e^{-\alpha(t_2-t_1)} \Rightarrow x_2 = Ae^{-\alpha(t_2-t_1)}$$

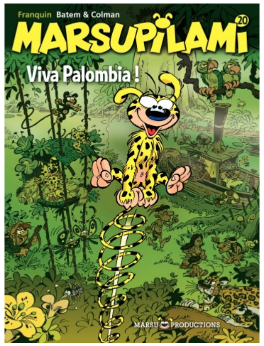
   en posant $A = \pm|x_1|$. On retrouve bien la solution générale de l'équation différentielle d'ordre 1 à coefficients constants en prenant $t_1 = 0$ et $t_2 = t$.

2. $\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + \beta\theta^2 = 0$

   Réponse :
   On récrit cette équation $\frac{\mathrm{d}\theta}{\theta^2} = -\beta \mathrm{d}t$ et on intègre chaque terme :

   $$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\mathrm{d}\theta}{\theta^2} = -\int_{t_1}^{t_2} \beta \mathrm{d}t \Rightarrow -[\frac{1}{\theta_2} - \frac{1}{\theta_1}] = -\beta(t_2 - t_1) \Rightarrow \theta_2 = \frac{1}{\frac{1}{\theta_1} + \beta(t_2 - t_1)}$$

IV Le Marsupilami (⋆⋆)



Le Marsupilami est un animal de bande dessinée créé par Franquin aux capacités physiques remarquables, en particulier grâce à sa queue qui possède une force importante. Pour se déplacer, le Marsupilami enroule sa queue comme un ressort entre lui et le sol et s'en sert pour se propulser vers le haut.

On note $l_0 = 2\,\mathrm{m}$ la longueur à vide du ressort équivalent. Lorsqu'il est complètement comprimé, la longueur du ressort est $l_m = 50\,\mathrm{cm}$. La masse m de l'animal est $50\,\mathrm{kg}$ et la queue quitte le sol lorsque le ressort mesure l_0. On prendra $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.

1. *Quelle est la constante de raideur du ressort équivalent si la hauteur maximale d'un saut est $h = 10\,\mathrm{m}$?*

   Réponse :
   On s'interresse au Marsupilami, de masse m, dans le référentiel lié au sol, et supposé galiléen. On utilise un repère cartésien $(O, \vec{e}_z)$, avec $\vec{e}_z$ vers le haut.
   Bilan des actions :
   — Le poids : $E_{p,p} = mgz$
   — La force de rappel élastique (tant que $l \geq l_0$) : $E_{p,el} = (k/2)(l-h)^2$ avec $l = z$.

   On considère ensuite trois états :
   — A : la totalité de l'énergie du Marsupilami ($z = l_m$) se trouve sous forme d'énergie potentielle élastique et d'énergie potnentielle de pesanteur (vitesse nulle)
   — B : la majorité de son énergie se trouve sous forme d'énergie cinétique (au moment où il décolle, $z = l_0$) (+ une petite partie sous forme d'énergie potentielle de pesanteur car il est maintenant à une hauteur l_0).
   — C : la totalité de son énergie se trouve sous forme d'énergie potentielle de pesanteur (lorsqu'il est à la hauteur $z = h$). En effet, la vitesse est nulle au plus haut de la trajectoire, et le ressort n'intervient plus car son extrémité basse est laissée libre.

   On peut alors appliquer le théorème de l'énergie mécanique (TEM) au Marsupilami entre les états A et B :

   $$\Delta E_m = W_{nc} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}k(l_m - l_0)^2 + mgl_m = mgh$$

   On en déduit que :

   $$\boxed{k = \frac{2mg(h - l_m)}{(l_m - l_0)^2} = 4{,}1 \times 10^3\ \mathrm{N/m}}.$$

2. *Quelle est sa vitesse v lorsque la queue quitte le sol ?*

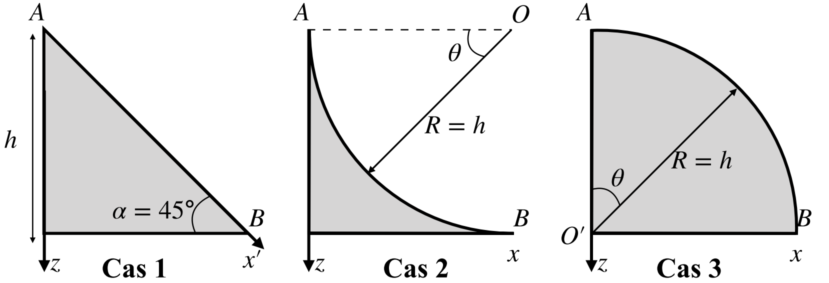
   Réponse :
   De même, on applique le TEM entre les états B et C :

   $$\Delta E_m = W_{nc} = 0 \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2g(h - l_0)} = 12{,}5\,\mathrm{m/s}}.$$

V Glissades (⋆⋆⋆)

On considère un point matériel M de masse m qui glisse sans frottement de A d'altitude $z_A = 0$ à B suivant trois trajectoires distinctes :
— soit le long d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale
— soit le long d'un profil circulaire concave de rayon $R = h$
— soit le long d'un profil circulaire convexe de rayon $R = h$

Dans les trois cas le dénivelé entre le point de départ A et le point d'arrivée B est h. On se placera dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.



1. *En supposant que M quitte A sans vitesse, déterminez la vitesse d'arrivée du point M en B. Cette vitesse dépend-elle du chemin suivi ?*

   Réponse :
   On fait le bilan des forces qui s'exerce sur le point M, dans le référentiel supposé galiléen lié à la piste, et en repère cartésien :
   - Le poids tel que $E_p = -mgz$ (axe dirigé vers le bas !).
   - La réaction du support $\overrightarrow{R} = \overrightarrow{R_N}$, qui ne travaille pas (perpendiculaire au déplacement)

   Le théorème de l'énergie mécanique appliqué à M, entre le point de départ A et le point d'arrivé B donne :
   $$\Delta E_m = W_{nc} = 0 \Rightarrow E_{c,A} + E_{p,A} = E_{c,B} + E_{p,B}$$
   Or, on a $E_{c,A} = 0$ car $v_A = 0$ et $E_{p,A} = -mgz_A$ puis $E_{p,B} = -mgz_B$. Ainsi,
   $$\frac{1}{2}mv_B^2 - mgh = 0 \Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{2gh}}$$
   La vitesse obtenue en B ne dépend pas du chemin suivi et sera la même pour les autres profils. En effet, on a pas utilisé d'information liée au profil entre A et B dans cette démonstration.

2. On s'interresse alors au premier profil (cas 1).

   (a) *Montrez que la norme de la vitesse v s'exprime en fonction de $\dot{z}$ uniquement : $v = \sqrt{2}\dot{z}$.*

   Réponse :
   Il s'agit d'une question purement cinématique :
   $$\vec{v} = v_x\vec{e}_x + v_z\vec{e}_z = v\left(\cos(\alpha)\vec{e}_x + \sin(\alpha)\vec{e}_z\right)$$
   or, on a aussi $v_z = \dot{z}$ d'où l'on déduit par identification $\dot{z} = \sin(\alpha)v \Rightarrow v = \frac{1}{\sin(\alpha)}\dot{z} = \sqrt{2}\dot{z}$.

   (b) *Intégrez alors l'intégrale première du mouvement (ici, l'énergie mécanique E_m) entre les points A et B puis déterminez le temps t_1 mis par le point M pour parvenir au point B.*

   Réponse :
   L'intégrale première du mouvement s'écrit $E_p + E_c = E_0$.
   Initialement, $E_c(A) = 0$ et $E_p(A) = 0$. On a donc $E_0 = 0$.
   Par ailleurs, on a $E_p = -mgz$ et $E_c = \frac{1}{2}mv^2$. L'intégrale première du mouvement donne alors
   $$mgz - \frac{1}{2}m(\sqrt{2}\dot{z})^2 = 0 \Rightarrow gz - \dot{z}^2 = 0$$
   Comme z augmente au cours du temps, soit $\dot{z} > 0$, il vient $\dot{z} = \sqrt{gz}$
   On sépare les variables z et t :
   $$\frac{\mathrm{d}z}{\sqrt{z}} = \sqrt{g}\mathrm{d}t$$
   On intègre ensuite entre $t = 0$ et $t = t_1$, instants qui correspondent à $z = 0$ et $z = h$:
   $$\int_0^h \frac{\mathrm{d}z}{\sqrt{z}} = \sqrt{g}\int_0^{t_1}\mathrm{d}t = \sqrt{g}\mathrm{d}t \quad \text{or} \quad \int_0^h \frac{\mathrm{d}z}{\sqrt{z}} = [2\sqrt{z}]_0^h = 2\sqrt{h}$$
   Finalement, on obtient $\boxed{t_1 = 2\sqrt{\frac{h}{g}}}$

3. *Utilisez la même méthode pour déterminer le temps t_2 mis par le point M pour effectuer le trajet AB sur le profil circulaire concave (cas 2). Montrez qu'il s'exprime sous la forme :*
   $$t_2 = \sqrt{\frac{h}{2g}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{\sin\theta}}$$

Réponse :
Dans cette configuration, l'énergie potentielle s'écrit

$$E_p = -mgz = -mgh\sin\theta \text{ et l'énergie cinétique } E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

avec $\overrightarrow{OM} = h\vec{e}_r$ donc $\vec{v} = h\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ d'ou

$$E_c = \frac{1}{2}mh^2\dot{\theta}^2$$

Ainsi, l'intégrale première du mouvement du système est la suivante :

$$\frac{1}{2}mh^2\dot{\theta}^2 - mgh\sin\theta = E_0 = 0 \Rightarrow \dot{\theta}^2 = \frac{2g}{h}\sin\theta \Rightarrow \dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{h}\sin\theta} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{2g}{h}\sin\theta}$$

On sépare les variables t et θ :

$$\mathrm{d}t = \sqrt{\frac{h}{2g}}\frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{\sin\theta}}$$

Pour déterminer t_2 il suffit alors d'intégrer entre $t = 0$ et $t = t_2$, instants qui correspondent respectivement à $\theta = 0$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$. On a donc finalement

$$\boxed{t_2 = \int_0^{t_2}\mathrm{d}t = \sqrt{\frac{h}{2g}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{\sin\theta}}}$$

---

4. *On donne $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{\sin\theta}} \approx 2,62$. Comparez les distances parcourues et les temps de parcourt pour les deux trajets. Commentez.*

Réponse :
On a $\boxed{t_1 = 2\sqrt{\frac{h}{g}}}$

et $t_2 \approx 2,62\sqrt{\frac{h}{2g}} \approx \frac{2{,}62}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{h}{g}} =\approx \frac{2{,}62}{1{,}41}\sqrt{\frac{h}{g}} \Rightarrow \boxed{t_2 \approx 1,85\sqrt{\frac{h}{g}}}$.
Ainsi, le temps t_2 est plus court que le temps t_1 bien que le chemin soit plus long ($\pi h/2$ pour le deuxième cas et $h\sqrt{2}$ pour le premier). La vitesse moyenne sur le trajet 2 est donc plus importante.

---

5. *Pour le cas 3, montrer qu'il existe un angle $\theta_0 \in]0, \pi/2[$ à partir duquel le point matériel M va quitter la piste.*

Réponse :
On effectue alors le bilan des forces en base polaire :
— Le poids : $\vec{P} = -mg(\cos(\theta)\vec{e}_r - \sin(\theta)\vec{e}_\theta)$
— La réaction normale du support : $\vec{R}_n = R_n\vec{e}_r$ avec $R_n > 0$ sinon le mobile quitte la piste.

L'accélération s'exprime en base polaire : $\vec{a} = R\ddot{\theta}\vec{e}_\theta - R\dot{\theta}^2\vec{e}_r$. Le mobile va quitter la piste (décoller) lorsque $R_n = 0$. On applique alors le PFD à ce dernier dans le référentiel d'étude galiléen

$$mR\ddot{\theta}\vec{e}_\theta - mR\dot{\theta}^2\vec{e}_r = (R_n - mg\cos(\theta))\vec{e}_r + mg\sin(\theta)\vec{e}_\theta$$

On en déduit que $R_n = mg\sin(\theta) - mR\dot{\theta}^2 = mg\cos(\theta) - mv^2/R$. Il convient alors d'obtenir l'expression de v en fonction de θ. On peut pour cela considérer la deuxième équation issue du PFD ou bien un théorème énergétique (ici, le TEM) sachant que $E_p(\theta) = E_p(A) + mgR(\cos(\theta) - 1)$

$$E_m(\theta) - E_m(0) = 0 \Rightarrow E_m = E_m(0) = E_p(A) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = -mgR(\cos(\theta) - 1)$$

d'où l'on déduit $v^2 = 2gR(1 - \cos(\theta))$
On peut alors combiner ces résultat pour obtenir

$$R_n = mg\cos(\theta) - 2mg(1 - \cos(\theta))$$

Et donc au final, $R_n = 0$ implique

$$\cos(\theta_0) = 2 - 2\cos(\theta_0) \Rightarrow \cos(\theta_0) = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta_0 \approx 0{,}84\,\mathrm{rad}$$

Il s'agit d'un angle légèrement plus élevé que $\pi/4$. Le point matériel va donc décoller un peu après la moitiée de la glissade.

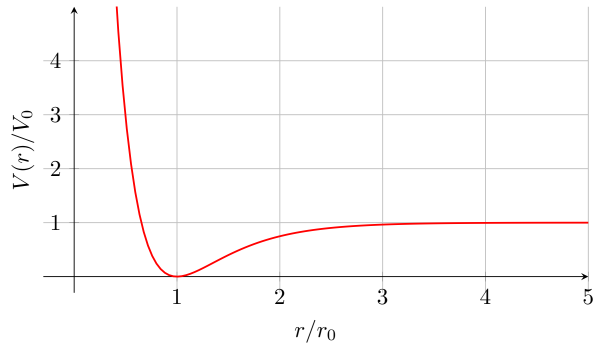
VI Molécule diatomique ($\star\star\star$)

Une molécule de molécule de carbone CO est modélisée par deux masses ponctuelles, m_1 pour l'atome de carbone, et m_2 pour l'atome d'oxygène. Pour simplifier, on considérera ici que l'atome de carbone est fixe dans un référentiel galiléen et que l'atome d'oxygène ne peut subir que des déplacements rectilignes le long de l'axe (Ox), dirigé par le vecteur $\overrightarrow{u_x} = \overrightarrow{u_r}$. On néglige la gravitation.

L'énergie potentielle d'interaction des deux atomes est bien représentée par l'équation empirique de MORSE : $V(r) = V_0[1 - e^{-\beta(r-r_0)}]^2$ où r est la distance des noyaux des deux atomes et où V_0, β et r_0 sont des constantes positives et $\beta r_0 \gg 1$.

1. *Faîtes l'étude de la fonction $V(r)$ puis tracez la courbe associée en faisant apparaître V_0 et r_0.*

Réponse :
On remarque que $V(0) = V_0\left(1 - e^{\beta r_0}\right)^2$ or $\beta r_0 \gg 1$ donc $V(0) \gg V_0$.
De plus, on a $V(r) \to V_0$ lorsque $r \to +\infty$. Au final, on remarque que $V(r_0) = 0$. On en déduit le tracé suivant en choisissant



2. *Montrez qu'il existe un domaine de distances où l'énergie potentielle peut être modélisée par celle d'un ressort de constante de raideur k que l'on exprimera en fonction de V_0 et β.*

Réponse :
Pour $r \approx r_0$, on peut utiliser un développement de TAYLOR-YOUNG de la fonction $V(r)$:

$$V(r) \approx V(r_0) + (r - r_0)\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}\right)_{r=r_0} + \frac{(r-r_0)^2}{2}\left(\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}r^2}\right)_{r=r_0}$$

Or, r_0 correspond à un minimum de la fonction $V(r)$, donc $\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}\right)_{r=r_0} = 0$.

De plus $V(r_0) = 0$.

Calculons $\left(\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}r^2}\right)_{r=r_0}$

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}r^2}\right)_{r=r_0} = 2V_0\beta\left[-\beta e^{-\beta(r-r_0)}(1 - e^{-\beta(r-r_0)}) + e^{-\beta(r-r_0)}\beta e^{-\beta(r-r_0)}\right]$$

En $r = r_0$, on a donc

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}r^2}\right)_{r=r_0} = 2V_0\beta[-\beta \times 1 \times 0 + \beta] = 2V_0\beta^2$$

On remarque que l'expression est bien homogène compte tenu de la dimension de β.
Finalement, pour $r \approx r_0$,

$$\boxed{V(r) \approx \frac{1}{2}(2V_0\beta^2)(r - r_0)^2}$$

Cette expression correspond bien à l'énergie potentielle élastique d'un ressort de constante de raideur $k = 2V_0\beta^2$ et de longueur à vide r_0.
Pour que cette approximation reste valable, il faut $|r - r_0| \ll r_0$ (il s'agit alors de "petits" mouvements autour de la position d'équilibre).

3. *Dans le cadre de cette approximation, déterminez l'équation différentielle du mouvement de l'atome d'oxygène et en déduire la pulsation des petites oscillations.*

Réponse :
On peut appliquer le TPM à l'atome d'oxygène dans le référentiel lié au carbone (donc fixe et supposé galiléen). La seule force présente dérivant d'une énergie potentielle, on obtient

$$\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = P_{nc} = 0 \Rightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}m(\dot{r})^2 + \underbrace{V(r)}_{\approx\frac{1}{2}k(r-r_0)^2}\right) = 0 \Rightarrow m\ddot{r}\dot{r} + k\dot{r}(r - r_0) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}r = \frac{k}{m}r_0 \text{ Équation de l'OH avec} \omega_0 = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right)} = \beta\sqrt{\left(\frac{2V_0}{m}\right)}$$

Astuces :

E1 Q2 : $z_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$

E2 Q3 : $E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$
E2 Q5 : On trouve $d = \frac{Ze^2}{\pi\varepsilon_0 m v_0^2}$
E3 Q2 : $\theta_2 = \dfrac{1}{\frac{1}{\theta_1} + \beta(t_2 - t_1)}$
E4 Q1 : $k = \frac{2mg(h-l_m)}{(l_m-l_0)^2}$
E6 Q2 : On doit trouver $k = 2V_0\beta^2$