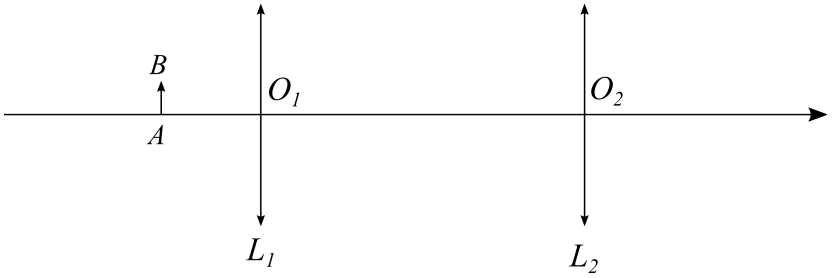
Physique - Sujet d'entrainement

Le 26/09/2024

I Microscope optique

Le microscope est modélisé par un système de deux lentilles minces convergentes (voir figure ci-dessous), l'une constituant l'objectif (lentille L_1 de centre O_1 et de distance focale image $f'_1 = 5{,}0\,\text{mm}$), et l'autre constituant l'oculaire (lentille L_2, de centre O_2 et de distance focale image $f'_2 = 5{,}0\,\text{mm}$).



On fixe $\overline{O_1O_2} = D_0 = 120\,\text{mm}$. On choisit le sens positif dans le sens de propagation de la lumière. On rappelle enfin la relation de conjugaison d'une lentille de centre O et de focale f' :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

1. *A quelle(s) condition(s) cette relation de conjugaison est-elle valable ?*

Réponse :

- ils sont proches de l'axe optique ;
- ils sont peu inclinés par rapport à l'axe optique.

---

2. *Si F'_1 est le foyer image de L_1 et F'_2 le foyer image de L_2, on définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique $\Delta = \overline{F'_1F_2}$. Exprimer Δ en fonction de f'_1, f'_2 et D_0, puis calculer sa valeur.*

Réponse :

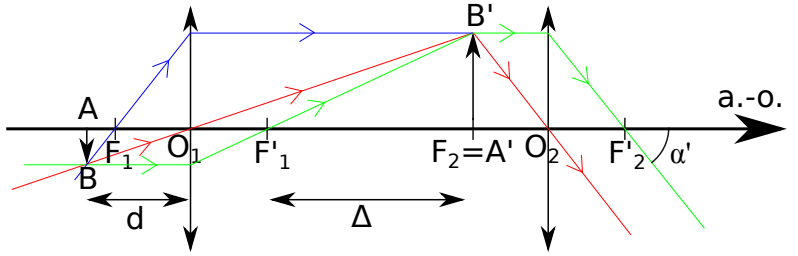
$$\Delta = \overline{F'_1F_2} = \overline{F'_1O_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2} = -f'_1 + D_0 - f'_2 \Leftrightarrow \boxed{\Delta = D_0 - (f'_1 + f'_2)}$$

Application numérique : $\boxed{\Delta = 110\,\text{mm}}$.

Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance d de L_1, à sa gauche, de façon que l'image $A'B'$ donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.

3. *En justifiant votre construction, réaliser le schéma optique du microscope en représentant un objet, son image par le microscope, l'image intermédiaire et les rayons lumineux correspondants.*

Réponse :



Pour construire le schéma, on a d'abord placé l'image intermédiaire $A'B'$ dans le plan focal objet de la lentille L_2, comme l'énoncé l'indique. On a ensuite construit l'objet correspondant, placé un peu en amont du foyer objet de la lentille L_1 et l'image finale, rejetée à l'infini (car dans le plan focal objet de L_2).

Sur la figure, on a représenté :

- En rouge les rayons passant par l'objet, le centre optique des lentilles et l'image. Ils ne sont pas déviés par les lentilles.
- En vert, les rayons passants par les objets et arrivant sur les lentilles parallèles à l'axe optique. Ils émergent en passant par les foyers images des lentilles.
- En bleu le rayon passant par l'objet et le foyer objet de la lentille L_1. Il ressort parallèle à l'axe optique.

---

4. *Exprimer d en fonction de f'_1 et Δ, puis calculer sa valeur.*

Réponse :

On cherche la distance d (donc une grandeur positive). On sait que $\overline{O_1A} = -d$. Étant donné qu'on connait la position de l'image intermédiaire, les relations de conjugaison appliquées à la lentille L_1 vont nous permettre de calculer la position de l'objet :

$$\frac{1}{f'_1} = \frac{1}{\overline{O_1A'}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} \quad \text{avec} \quad \overline{O_1A} = -d \quad \text{et} \quad \overline{O_1A'} = f'_1 + \Delta$$

Quelques lignes de calcul donnent :

$$\boxed{d = \frac{f'_1(f'_1 + \Delta)}{\Delta}}$$

Application numérique : $\boxed{d = 5{,}2\,\text{mm}}$

---

5. *Exprimer le grandissement γ_1 induit par l'objectif en fonction de f'_1 et Δ, puis calculer sa valeur.*

Réponse :

On a :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = \frac{f'_1 + \Delta}{-d} = -\frac{(f'_1 + \Delta)\Delta}{f'_1(f'_1 + \Delta)} \Leftrightarrow \boxed{\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f'_1}}$$

Application numérique : $\boxed{\gamma_1 = -22}$. Le résultat est cohérent avec le fait que l'image est renversée et agrandie.

---

6. *Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet ?*

Réponse :

L'image intermédiaire étant positionnée dans le plan focal objet de la lentille L_2, l'image finale sera renvoyée à l'infini, ce qui est idéal pour une observation à l'œil qui n'a alors pas besoin d'accommoder.

Le grossissement commercial du microscope est défini par $G = \left|\dfrac{\alpha'}{\alpha}\right|$ où α' et l'angle sous lequel est vu l'objet après l'oculaire, et α l'angle maximum sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu à la distance D_m la plus courte possible de l'œil garantissant une vision nette.

7. *Quelle est la valeur approximative de D_m pour un œil normal ? Comment s'appelle le point correspondant ?*

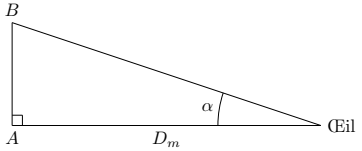
Réponse :
La distance la plus courte garantissant une vision nette pour un œil sain est $D_m = 25\,\text{cm}$. Le point correspondant s'appelle le *punctum proximum*.

---

8. *En supposant que l'on reste dans les conditions de Gauss, exprimer G en fonction de Δ, f_1', f_2' et D_m, puis calculer sa valeur.*

Réponse :

Pour calculer α, on suppose que l'œil est positionné à 25 *cm* de l'objet, ce qui est la position la plus proche possible permettant de le voir net et donc la position garantissant de voir les graduations selon le plus grand angle possible.



On obtient ainsi $\tan(\alpha) = \dfrac{AB}{D_m} \simeq \alpha$. On calcule maintenant α'. Sur le schéma de la question 3, on constate que le triangle $O_2A'B'$ est rectangle et donne :

$$\tan(\alpha') = \frac{A'B'}{f_2'} \simeq \alpha'$$

Dans les deux cas on a utilisé l'approximation des petits angles, valide car on suppose que les conditions de Gauss sont respectées.
On peut calculer G :

$$G = \left|\frac{\alpha'}{\alpha}\right| = \left|\frac{A'B'D_m}{f_2'AB}\right| = \left|\frac{A'B'}{AB}\right| \frac{D_m}{f_2'}$$

Or, $\dfrac{A'B'}{AB} = \gamma_1 = -\dfrac{\Delta}{f_1'}$, d'où :

$$\boxed{G = \frac{D_m\Delta}{f_1'f_2'}}$$

Application numérique : $\boxed{G = 1100}$

Remarque : cette formule indique qu'on a intérêt à augmenter l'intervalle optique et à diminuer au maximum les focales des lentilles pour obtenir un microscope le plus efficace possible. En pratique cependant, des lentilles de très petites focales sont sujettes à de très fortes aberrations, on ne peut donc pas les choisir aussi petites qu'on veut.

---

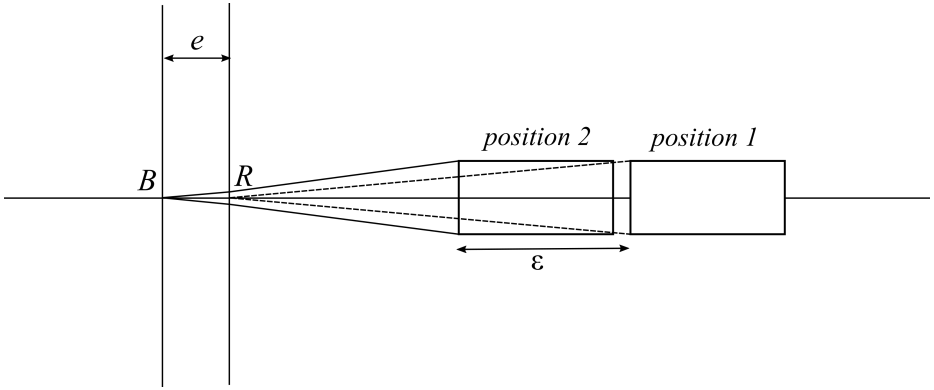
9. *On considère comme objet un réseau constitué de fines graduations séparées de 5 μm. Peut-on distinguer ces graduations à l'œil nu ? Peut-on les observer au microscope ? Justifier les réponses à l'aide de valeurs numériques. On donne* $1\,\text{rad} \approx 57\,^\circ$ *et* $1\,^\circ \approx 1{,}7 \times 10^{-2}\,\text{rad}$.

Réponse :

Lors d'une observation à l'œil nu, on voit une graduation sous un angle $\boxed{\alpha = 2 \times 10^{-5}\,\text{rad}}$. Cet angle est plus petit que la limite de résolution de l'œil qui est d'une minute d'arc, soit environ 3×10^{-4} rad, on ne peut donc pas distinguer les graduations à l'œil nu.

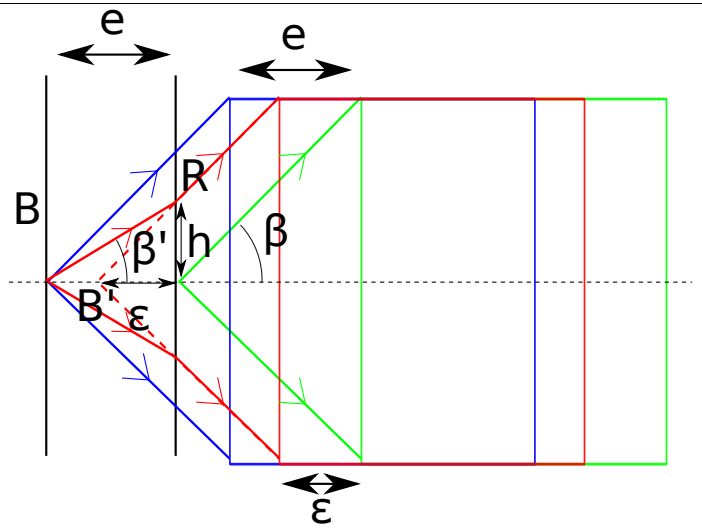
Au microscope, l'angle sous lequel est vu les graduations est donné par $\boxed{\alpha' = G\alpha \sim 2 \times 10^{-2}\,\text{rad}}$, bien plus grand que la limite de résolution de l'œil. On pourra donc distinguer ces graduations au microscope.

On utilise ce microscope pour mesurer l'épaisseur e d'une mince lame de verre à faces parallèles, d'indice $n = 1{,}5$. On colle une petite pastille bleue (B) sur la face gauche de la lame et une petite pastille rouge (R) sur sa face droite. On positionne d'abord la lunette (ensemble objectif + oculaire) du microscope de façon à faire la mise au point sur la pastille rouge (position 1). Puis, grâce à une vis micrométrique, on translate la lunette d'une distance ε, de façon à faire la mise au point sur l'image de la pastille bleue (position 2) :



10. *Le schéma ci-dessus n'est pas réaliste. Montrer qualitativement à l'aide d'un schéma plus précis de la lame à faces parallèles que ε est strictement plus petit que e.*

Réponse :
La position de référence est la position lorsque la mise au point est effectuée sur la pastille rouge. Dans ce cas, les rayons issus de la pastillent ne traversent que de l'air avant d'arriver au microscope et le schéma indiqué dans le sujet est correct pour ces rayons.
Lorsque l'on souhaite faire la mise au point sur la pastille bleue, en revanche, il faut tenir compte de la réfraction des rayons issus de la pastille lorsqu'il passent du verre à l'air.



Sur la figure, on distingue en vert la position du microscope lors d'une mise au point sur la pastille R. On a représenté également les rayons extrémaux qui partent du centre de la pastille R et entrent dans le microscope. En bleu on a représenté la même figure mais pour une mise au point sur le pastille B si l'on oublie de tenir compte de la réfraction, comme sur la figure du sujet.

Dans ce cas, le microscope a été translaté de $\varepsilon = e$ et en réalité la mise au point se fait derrière B. Enfin, en rouge, on a représenté la mise au point sur la pastille B en tenant compte de la réfraction. Les rayons qui partent du centre de la pastille et vont vers le microscope s'éloignent de la normale lorsqu'ils passent du verre (plus réfringent) à l'air (moins réfringent).

On constate que si l'on oublie la réfraction on a l'impression de faire la mise au point avant B (sur le point B') mais grâce à la réfraction les rayons forment un angle plus petit avec la normale dans le verre et convergent plus loin, en B. Ceci explique que ε soit plus petit que e.

---

11. *On déplace la lunette d'une distance $\varepsilon = 8{,}0 \times 10^{-5}$ m. En supposant les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe optique, déterminer e en fonction de ε et n puis calculer sa valeur.*

Réponse :

Sur le schéma de la question précédente, on constate que la distance entre le point R et le point B' est ε. On a alors :

$$\begin{cases} \beta' \simeq \tan(\beta') = \dfrac{h}{e} \\ \\ \beta \simeq \tan(\beta) = \dfrac{h}{\varepsilon} \\ \\ n\beta' \simeq n\sin(\beta') = \sin(\beta) \simeq \beta \end{cases}$$

La troisième équation étant donnée par les lois de Snell-Descartes et les approximations étant valables car les rayons sont très peu inclinés par rapport à l'axe optique (d'après le sujet). On a alors :

$$n\frac{h}{e} \simeq \frac{H}{\varepsilon} \Leftrightarrow \boxed{e \simeq n\varepsilon}$$

Application numérique : $\boxed{e = 1{,}2 \times 10^{-4}\,\text{m}}$