

Physique - Devoir Maison Entraînement

15/06/2026

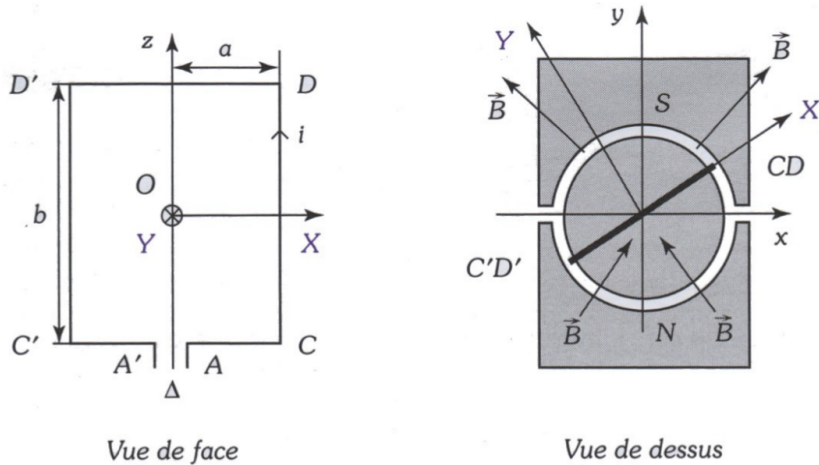
Corrigé

I Moteur à courant continu à entrefer cylindrique

Le rotor (partie mobile) du moteur constitué de N spires rectangulaires (de cotés $2a$ et b) tournant autour d'un axe Δ coïncidant avec l'axe Oz , passant par le centre O et parallèle aux cotés CD et $C'D'$. Il est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$. Le champ $\vec{B}$ est négligeable sur les brins DD' , AC et $A'C'$. Sur les brins CD et $C'D'$, il est radial et de norme B pratiquement constante. Dans le domaine $y < 0$ (ce qui est le cas du brin $C'D'$ dans la position représentée sur le schéma), $\vec{B}$ est radial entrant alors qu'il est radial sortant dans le domaine $y > 0$ (cas du brin CD).

Un point M courant du brin CD sera repéré par $\vec{OM} = a\vec{u}_X + z\vec{u}_z$ avec $z \in \left[-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}\right]$.

La forme des pièces polaires N et S de l'aimant et la présence d'un noyau de fer cylindrique d'axe Oz permettent d'obtenir un champ magnétique $\vec{B}$ pratiquement radial au niveau des brins CD et $C'D'$.



1. Comparer les directions et les sens des champs $\vec{B}$ en un point M du tronçon CD et en un point M' du tronçon $C'D'$.

Réponse :

Dans tous les cas :

$$\vec{B} = B\vec{u}_X.$$

2. Comparer les forces de Laplace $\vec{F}_{CD}$ et $\vec{F}_{C'D'}$ s'exerçant sur ces deux tronçons.

Réponse :

Les forces de Laplace sont :

$$\vec{F}_{CD} = ibB\vec{u}_Y \quad ; \quad \vec{F}_{C'D'} = -ibB\vec{u}_Y$$

3. Montrer que le moment M_1 par rapport à l'axe Δ des forces de Laplace s'exerçant sur la spire peut se mettre sous la forme $M_1 = i\Phi_1$. Exprimer Φ_1 et montrer qu'il a les dimensions d'un flux magnétique.

Réponse :

Les forces de Laplace s'appliquent au milieu de chaque tronçon. Ainsi :

$$\vec{M}_O(\vec{F}_{CD}) = aibB\vec{u}_z \quad ; \quad \vec{M}_O(\vec{F}_{C'D'}) = aibB\vec{u}_z.$$

Le couple est donc :

$$\vec{C} = 2baiB\vec{u}_z \Rightarrow \Phi_1 = 2baB$$

4. L'expression de Φ_1 dépend-elle de la position de la spire ? Que se passe-t-il si le brin CD passe dans le domaine $y < 0$?

Réponse :

Lorsque la spire a effectué 1/2 tour, le signe des forces de Laplace changent car celui du champ magnétique change. Le couple change alors de signe. Ainsi le signe de Φ_1 dépend de la position de la spire.

5. Quelle serait la valeur moyenne de M_1 sur un tour si l'intensité i , comptée positivement dans le sens de CD , était constante ?

Réponse :

Elle serait nulle :

$$\langle M_1 \rangle = 0.$$

6. En fait, un commutateur permet d'avoir toujours une intensité de même signe dans le brin qui évolue dans la zone $y > 0$. Quel est l'intérêt de cette commutation ?

Réponse :

Cela permet de changer le signe de la Force de Laplace et donc que le couple ait toujours le même signe.

7. Dans la suite, on admettra que le moment des efforts de Laplace s'exerçant sur le rotor dans son ensemble peut s'écrire $M = \Phi i$, avec $\Phi = N\Phi_1$, quelle que soit la position du rotor. Justifier ce résultat.

Réponse :

Il y a N spires indépendantes.

8. La spire tourne à la vitesse angulaire Ω autour de l'axe Δ . Calculer la f.e.m. induite e . On utilisera le fait que la puissance du couple de Laplace est opposée à la puissance de la f.e.m. induite.

Réponse :

La spire ne coupe pas des lignes de champ du champ magnétique. On ne sait donc pas comment utiliser la loi de Faraday dans ce cas.

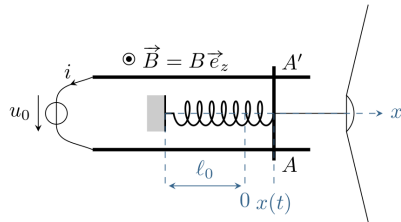
On utilise alors le fait que :

$$P_{\text{Laplace}} + P_{\text{fem}} = 0 \Rightarrow M\Omega + ei = 0 \Rightarrow \boxed{e = -\Phi\Omega}.$$

II Haut parleur de Laplace (★★)

On s'intéresse dans cet exercice à un modèle très simplifié de haut-parleur, dans une configuration proche des rails de Laplace où la membrane du haut parleur est fixée solidairement à la tige mobile, qui est également reliée élastiquement à un bâti. La tige mobile a pour longueur $AA' = a$, et sa position est repérée par son abscisse x , dont l'origine correspond à la position de repos.

Les frottements de l'air sur la membrane se traduisent par une force de frottement linéaire $\vec{f} = -\alpha \vec{v} = -\alpha \dot{x} \vec{e}_x$. Le système est forcé électriquement par la tension de commande u_0 . On note R la résistance électrique de l'ensemble, et on néglige l'auto-induction.



- Exprimer en fonction de $\dot{x}$ la f.é.m. induite.

Réponse :

On appelle S_0 la surface du circuit lorsque $x = 0$. On a alors :

$$S(x) = S_0 + ax.$$

Le flux du champ magnétique à travers ce circuit est :

$$\Phi = (S_0 + ax)B.$$

La force électro-motrice induite est, d'après la loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \boxed{-aB\dot{x}}.$$

- Écrire les équations électrique et mécanique.

Réponse :

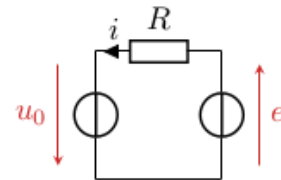
On considère la tige de longueur a dans le référentiel galiléen du laboratoire. Les forces qui s'appliquent dessus sont :

- le poids $\vec{P}$.
- la réaction du rail $\vec{N}$.
- la force de frottement $\vec{f}$.
- la force de Laplace $\vec{f}_L = i \overrightarrow{AA'} \wedge \vec{B} = iaB \vec{e}_x$.
- la force de rappel du ressort $\vec{f}_r = -kx \vec{e}_x$.

On applique alors la loi de la quantité de mouvement projeté selon l'axe $\vec{e}_x$:

$$\boxed{m\ddot{x} = -\alpha\dot{x} - kx + iaB}.$$

Le circuit électrique équivalent est :



En appliquant la loi des mailles, on trouve :

$$u_0 + e = Ri \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_0 - aB\dot{x} = Ri}.$$

- Découpler ces équations pour aboutir à une unique équation différentielle portant sur la position x de la tige mobile. Quel type d'équation obtient-on ? L'analyser physiquement : comment se traduisent les phénomènes d'induction ? Commenter leur signe.

Réponse :

Pour trouver une équation différentielle sur x , il suffit de remplacer $i = \frac{u_0}{R} - \frac{aB\dot{x}}{R}$ dans l'équation mécanique. On trouve alors :

$$\ddot{x} + \frac{1}{m} \left(\alpha + \frac{a^2 B^2}{R} \right) \dot{x} + \frac{k}{m} x = \frac{aBu_0}{mR}.$$

Il s'agit d'une équation de l'oscillateur harmonique amorti. Le phénomène d'induction crée l'équivalent d'une force de frottement fluide cohérent avec la loi de modération de Lenz.

- Procéder à un bilan de puissance du système et interpréter physiquement chaque terme.

Réponse :

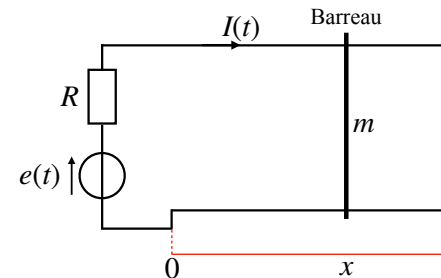
Pour obtenir un bilan de puissance, on multiplie l'équation mécanique par $\dot{x}$ et l'équation électrique par i . On additionne ensuite ces 2 équations. L'interprétation des différents termes a été vue en cours.

III Propulseur electromagnétique (★★)

Un propulseur électromagnétique est capable d'accélérer de petites masses de l'ordre du gramme et de les éjecter à des vitesses supersoniques de l'ordre de plusieurs kilomètres par seconde.

Le circuit électrique suivant possède une partie mobile, constituée d'un barreau pouvant glisser sans frottement le long de deux rails parallèles de direction Ox . La résistance R est supposée constante, mais l'inductance propre L dépend de l'abscisse du barreau : $L(x)$.

Les deux rails, ayant pour diamètre $h = 0,5$ cm, sont séparé de la distance $w = 2$ cm. Ces derniers sont d'une longueur $l = 12$ cm



1. *Lorsqu'un courant $I(t)$ parcourt le circuit, le barreau se met en mouvement. Justifier qualitativement.*

Réponse :

Le courant I va être à l'origine de l'apparition d'un champ magnétique propre globalement aligné avec $\vec{S}$, le vecteur surface normal à la spire, qui va lui même mener à l'apparition d'une force de Laplace de résultante non nulle sur le barreau selon l'axe Ox

2. *Réaliser un bilan de puissance à partir de l'équation électrique du système*

Réponse :

Ici, on est pas en présence de champ B externe. Le phénomène d'autoinduction est modélisé par la présence d'une inductance L non constante telle que $\phi_p = Li$. La loi des mailles indique

$$e(t) = RI(t) + \frac{d\phi}{dt} \Rightarrow e = RI + \frac{dLI}{dt}$$

On multiplie alors cette équation par le courant

$$eI = RI^2 + I\frac{dLI}{dt}$$

3. *Une partie de la puissance fournie par le générateur correspond à la variation de l'énergie magnétique $\frac{dU_m}{dt} = \frac{d(1/2)LI^2}{dt}$ qui serait emmagasinée dans le circuit si l'abscisse x était constante, l'autre partie est la puissance mécanique P_{meca} donnée au barreau et la dernière, à la puissance dissipée par effet Joule. Exprimer P_{meca} en fonction de $I(t)$, $\frac{dL}{dx}$ et $\frac{dx}{dt}$.*

Réponse :

L'énoncé indique que

$$P_g = eI = \frac{dU_m}{dt} + RI^2 + P_{meca}$$

On obtient alors en combinant les deux équations précédentes :

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{dU_m}{dt} + P_{meca} - I\frac{dLI}{dt} \\ \Rightarrow P_{meca} &= I\frac{dLI}{dt} - \frac{d\frac{1}{2}LI^2}{dt} = I^2\frac{dL}{dt} + IL\frac{dI}{dt} - \frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dt} - \underbrace{\frac{1}{2}L\frac{dI^2}{dt}}_{=LI\frac{dI}{dt}} \\ &= \frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dt} = \frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}I^2\frac{dL}{dx}v \end{aligned}$$

d'où le résultat.

4. *En déduire que la force qui s'exerce sur le barreau à pour expression $F = \frac{1}{2}\frac{dL}{dx}I^2$.*

Réponse :

On a $P_{meca} = \vec{F} \cdot v\vec{e}_x = Fv \Rightarrow F = \frac{1}{2}\frac{dL}{dx}I^2$ d'où le résultat.

5. *Dans le modèle simple d'une ligne constituée de deux rails parallèles, de longueur l , séparés d'une distance w , on admet que l'inductance linéique est de l'ordre de $\frac{dL}{dx} = \frac{\mu_0 w}{h}$. On souhaite qu'une particule de masse $m = 3\text{ g}$ initialement au repos atteigne une vitesse de $v_f = 6\text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. En supposant l'intensité du courant constante, quelle valeur doit on choisir ?*

Réponse :

On applique le TEC à la particule dans le référentiel d'étude supposé galiléen entre l'instant initial (vitesse nulle) et l'instant final

$$\Delta E_c = W = Fl \Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}\mu_0 w \frac{l}{h} I^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{mh}{l\mu_0 w}} v_f \approx 4,23 \times 10^5 \text{ A}$$

Il s'agit donc d'un courant considérable !