Physique - Devoir Surveillé 3

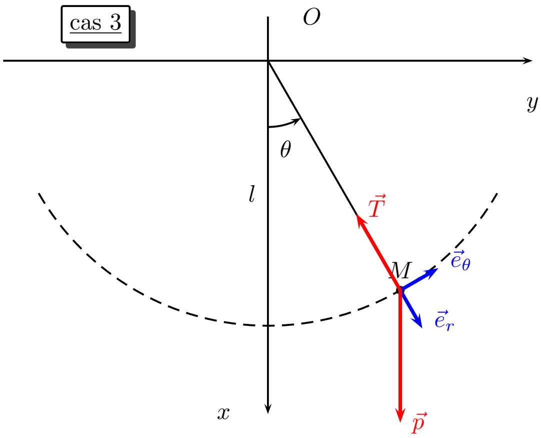
Le 15/11/2025

Ce sujet comporte 4 pages. Il est fortement conseillé de le parcourir intégralement avant de commencer à composer. Toutes vos réponses doivent impérativement être **encadrées**. De même il est de votre devoir de vérifier que ces résultats sont **homogènes**.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

I Questions de cours

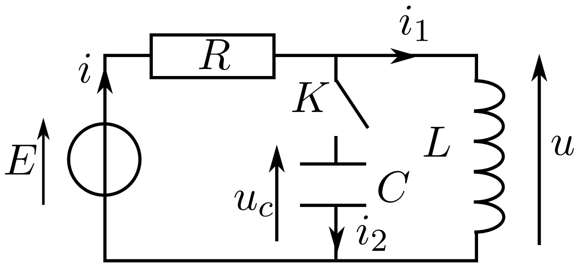
1. On considère un repère polaire $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ associée aux coordonnées r et θ. Exprimer alors les vecteurs position $\overrightarrow{OM}$, vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$.



2. Projeter les forces $\vec{T}$ et $\vec{p}$ dans le repère polaire $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$.
3. Même question dans le repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$.
4. Établir l'équation différentielle pour $x(t)$, la coordonnée d'une masse fixée à l'extrémité d'un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 en considérant des frottements fluides du type $\vec{f} = -\lambda\vec{v}$. Le résultat final doit être mis sous forme canonique (avec ω_0 et Q).

II Régime transitoire

On considère le circuit ci-contre constitué d'une source idéale de tension continue de force électromotrice E, d'un condensateur de capacité C, d'une bobine d'inductance L, d'une résistance R et d'un interrupteur K. On suppose que l'interrupteur K est ouvert depuis longtemps quand on le ferme à l'instant $t = 0$.
On suppose que le condensateur est initialement chargé à la tension $u_c = E$.



1. Faire le circuit équivalent à l'instant $t = 0^-$. Exprimer $i_1(0^-)$ en fonction de E et R.
2. Exprimer $i_1(0^+)$ et $u(0^+)$ en fonction de E et R.
3. Faire le circuit équivalent quand le régime permanent est atteint pour $t \to +\infty$. En déduire les expressions de $i(+\infty)$ et $i_1(+\infty)$.
4. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $i_1(t)$ pour $t \geq 0$ peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d^2 i_1(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{di_1(t)}{dt} + \omega_0^2 i_1(t) = \omega_0^2 A$$

   Exprimer ω_0, Q et A en fonction de E, R, L et C.
5. On suppose que le régime transitoire est de type pseudo-périodique. Donner alors l'inégalité vérifiée par R. On fera intervenir une résistance critique R_c que l'on exprimera en fonction de L et C.
6. Exprimer la pseudo-pulsation ω en fonction de ω_0 et Q.
7. Donner l'expression de $i_1(t)$ pour $t \geq 0$ en fonction de E, R, L, C, ω et t.
8. Tracer l'évolution de i_1 en fonction du temps.
9. Exprimer la variation d'énergie emmagasinée $\mathcal{E}_L$ par la bobine entre l'instant initial $t = 0$ et le régime permanent correspondant à $t \to +\infty$. Commenter ce résultat.
10. Exprimer la variation d'énergie emmagasinée $\mathcal{E}_C$ par le condensateur entre l'instant initial $t = 0$ et le régime permanent correspondant à $t \to +\infty$. Commenter ce résultat.
11. Exprimer la puissance reçue $\mathcal{P}_R$ par la résistance R en régime permanent.

III Guirlandes électriques

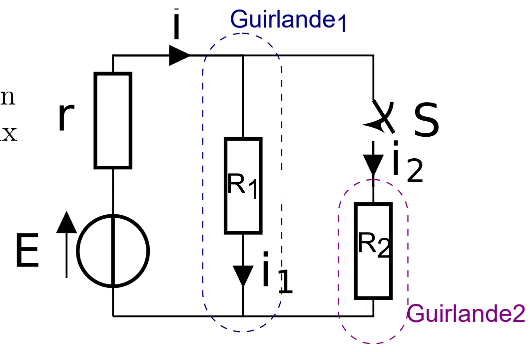
Dans cet exercice, on cherche à optimiser l'alimentation électrique d'un système comportant deux guirlandes électriques (appelées «guirlande 1» et «guirlande 2» dans la suite), chacune étant modélisée par un résistor de résistance identique $R_1 = R$ et $R_2 = R$.

La première guirlande est dédiée à un fonctionnement continu. La seconde est associée avec un interrupteur S en série qui bascule de manière périodique afin de produire un clignotement.

On supposera dans cet exercice que la puissance lumineuse fournie par ces guirlandes est proportionnelle à la puissance électrique qu'elles reçoivent.

III.A Système de base

On considère dans un premier temps le circuit ci-contre alimenté par un générateur réel de f.e.m. E et de résistance interne r. Les réponses aux différentes questions ne feront intervenir que E, r et R.



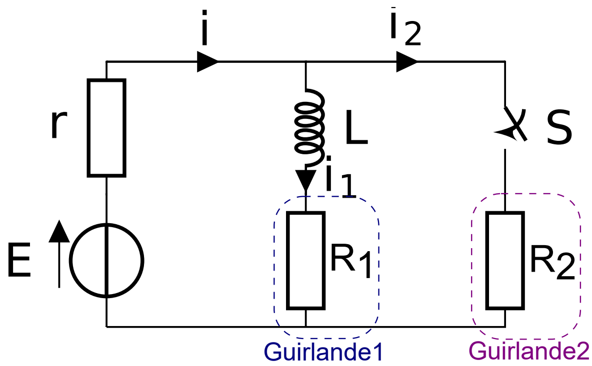
1. Lorsque l'interrupteur S est ouvert, établir l'expression du courant i_{ouvert} puis l'expression de la puissance électrique $P_{1,ouvert}$ reçue par la guirlande 1.
   Quelle est dans cette configuration la puissance reçue $P_{2,ouvert}$ par la guirlande 2 ?

On considère maintenant le cas ou l'interrupteur S est fermé.

2. Quelle est alors la nouvelle expression pour le courant i_{ferme} ? En déduire les courants i_1 et i_2 circulant dans les deux guirlandes.
3. Quelles sont alors les puissances $P_{1,ferme}$ et $P_{2,ferme}$ reçues par les deux guirlandes ?
4. La puissance reçue par la guirlande 1 (celle qui ne doit pas clignoter) est-elle identique lors les deux régimes étudiés ? Interpréter ce résultat.
5. Comment doit-on choisir r par rapport à R pour limiter cet effet ? Cette condition est-elle vérifiée pour $r = 1\Omega$ et $R = 2\Omega$?

III.B Système amélioré

On considère maintenant le circuit ci-contre afin de limiter la variation de puissance électrique reçue par la première guirlande donc la variation du courant i_1.
Une bobine d'inductance L a donc été ajoutée en série avec la première guirlande. L'interrupteur S est ouvert de manière périodique pour $t \in [0, T/2[$ et fermé pour $t \in [T/2, T[$.



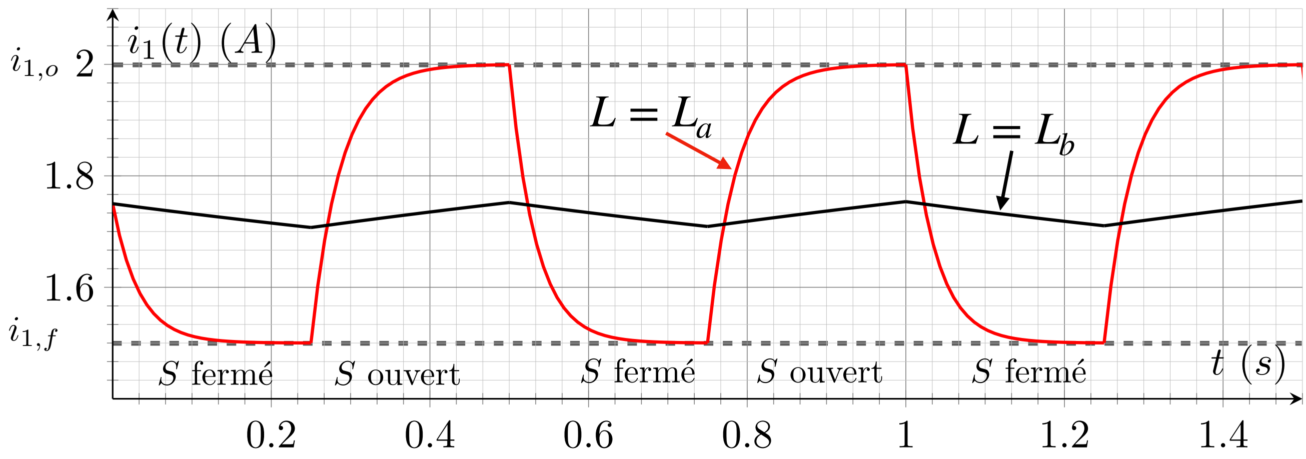
6. Établir l'équation différentielle dont i_1 est solution sur l'intervalle $[0, T/2[$. On fera apparaitre un temps caractéristique τ_o.
7. Vérifier ensuite que l'ajout de la bobine ne va pas modifier la valeur du courant i en régime stationnaire à $t = (T/2)^-$ en supposant $\tau_o \ll T$. On comparera le résultat à celui trouvé à la question 1). On remarquera qu'il n'est pas utile de résoudre l'équation différentielle pour répondre à cette question.

8. On s'intéresse maintenant à l'intervalle $[T/2, T[$, lorsque l'interrupteur est fermé. Montrer que i_1 est alors solution de l'équation suivante :

$$\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau_f} i_1 = \frac{E/L}{1 + \frac{r}{R}} \ , \quad \text{avec} \quad \tau_f = \frac{L\left(1 + \frac{r}{R}\right)}{R + 2r}$$

9. Que dire de la valeur du courant i_1 en régime stationnaire dans le cas où $\tau_f \ll T$?

On étudie ensuite expérimentalement les variations du courant i_1 en mesurant la tension aux bornes de la guirlande 1 à l'aide d'un oscilloscope et on obtient le résultat suivant pour deux valeurs différentes de l'inductance L. La résistance R vaut $2\,\Omega$ et la résistance r vaut $1\,\Omega$.



10. Retrouver la valeur de L_a à partir de l'étude graphique. Justifier ensuite brièvement que $L_b \gg L_a$ sans chercher à déterminer sa valeur.

11. Quelle est la valeur de l'inductance à retenir parmi L_a et L_b pour minimiser les variations du courant passant dans la première guirlande ? Justifier soigneusement votre réponse.