

Corrigé

I Pompe à Chaleur

Le réchauffement climatique s'est imposé comme un défi majeur pour notre société. Dans le cadre du développement durable, la pompe à chaleur est une machine thermique particulièrement intéressante en raison de son efficacité supérieure à un. Elle permet ainsi de diviser la consommation énergétique par ce même coefficient. La détermination de cette efficacité est l'objet principal de cette étude.

Si le principe de la pompe à chaleur est ancien (Thomson 1852), sa commercialisation a débuté dans les années 1950 aux États-Unis et se développa comme moyen de chauffage dans les années 1970 en France.

Une pompe à chaleur est une machine thermique comportant deux sources de chaleur (froide et chaude) entre lesquelles un fluide caloporteur subit des cycles de transformation. Afin de protéger la couche d'ozone, les fluides caloporteurs contenant du chlore (appelés CFC : chloro-fluoro-carbone) ont été interdits au niveau international par le protocole de Montreal en 1985. Le fluide utilisé dans la pompe à chaleur du laboratoire est le 1,1,1,2-tétrafluoroéthane $C_2H_2F_4$ (fluide HFC référencé R134a) est sans effet destructeur pour la couche d'ozone. Notons que ce fluide, très utilisé dans l'industrie, présente toutefois un impact non négligeable sur l'effet de serre.

Le dispositif comprend les différents organes mentionnés dans la figure I.1. Le fluide R134a est contenu dans un tuyau de cuivre parfaitement fermé. Sous forme gazeuse à la sortie du compresseur (point 2), il subit une liquéfaction au niveau du condenseur : le tuyau de cuivre prend la forme d'un serpentin plongé dans le seau de droite contenant de l'eau. Le liquide subit ensuite une détente au niveau du détendeur (évolution de 4 à 5) avant de se vaporiser complètement au niveau de l'évaporateur : le tuyau de cuivre prend la forme d'un serpentin plongé dans le seau de gauche contenant de l'eau. Il retourne à nouveau dans le compresseur (point 1) pour suivre un nouveau cycle.

On dispose de deux manomètres (basse pression P_b et haute pression P_h) permettant une mesure de pression.

On utilise un système d'expérimentation assistée par ordinateur afin de suivre l'évolution des températures T_i aux différents points et de la puissance \mathcal{P} consommée par le compresseur.

On peut schématiser le fonctionnement de la pompe à chaleur sur le schéma d'ensemble donné figure I.2.

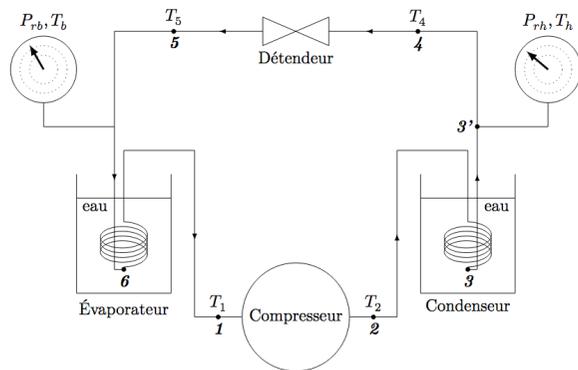


FIGURE I.2 – Schéma de principe de la pompe à chaleur.

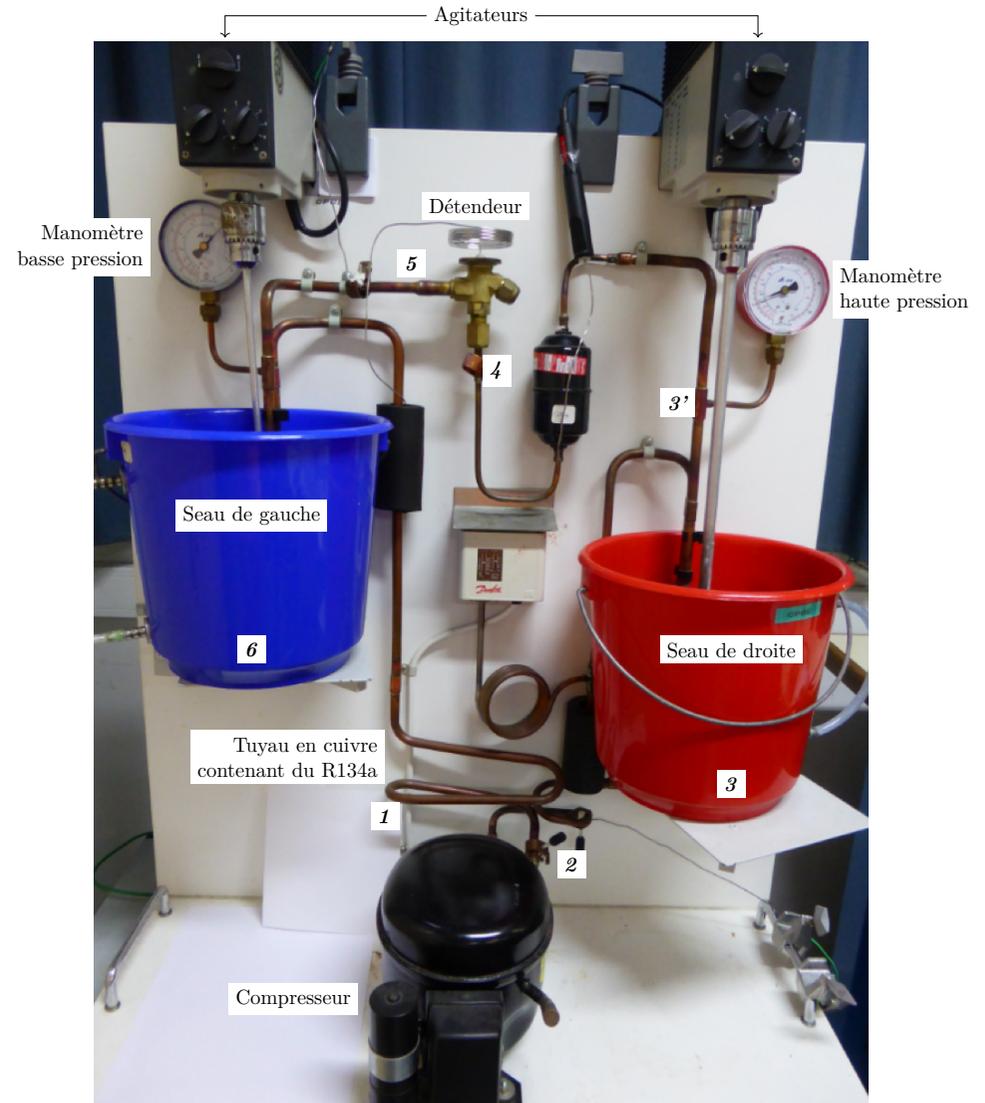


FIGURE I.1 – Vue d'ensemble de la pompe à chaleur

I.A Modèle de Carnot

Dans cette partie, on modélise la pompe à chaleur par une machine cyclique réversible ditherme de Carnot : au cours d'un cycle le fluide R134a reçoit le transfert thermique Q_f de la part de la source froide (à la température T_f), le transfert thermique Q_c de la part de la source chaude (à la température T_c) et le travail W de la part du compresseur. On suppose que toutes les évolutions sont réversibles.

1. Appliquer le premier principe au fluide R134a sur un cycle. L'écriture obtenue dépend-elle du caractère réversible des évolutions ? Faire de même pour le second principe.

Réponse :

Le premier principe (qui ne dépend pas du caractère réversible ou non des transformations) donne

$$\Delta U_{\text{cycle}} = W + Q = 0$$

De plus, le second principe (qui dépend du caractère réversible des transformations via le terme d'entropie créée) donne

$$\Delta S_{\text{cycle}} = S_c + S_e = S_c + \frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} = 0$$

En effet, la variation d'une fonction d'état sur un cycle est nulle car on revient à l'état initial en fin de cycle.

2. Donner, en le justifiant, le signe des grandeurs Q_f , Q_c et W . Comparer ensuite $|Q_f|$ et $|Q_c|$. Commenter.

Réponse :

L'objectif est de prélever de l'énergie à la source froide ($Q_f > 0$) et de la restituer à la source chaude ($Q_c < 0$). Il s'agit de transferts thermiques non spontanés (ces derniers auraient lieu dans le sens inverse) et la machine thermique va donc devoir recevoir un travail mécanique ($W > 0$) pour fonctionner.

On a alors $|Q_c| = |-W - Q_f| = |W| + |Q_f| \Rightarrow |Q_c| \geq |Q_f|$. Ainsi, la chaleur apportée à la source chaude est plus grande que celle reçue de la source froide. La différence provenant du travail reçu.

3. La pompe à chaleur est utilisée ici comme un réfrigérateur.

Définir l'efficacité η_{fc} de cette machine et l'exprimer en fonction des températures des sources. Réaliser ensuite l'application numérique avec $\theta_c = 26^\circ\text{C}$ et $\theta_f = 0^\circ\text{C}$.

Réponse :

On a ici $\eta_{fc} = \frac{\text{Energie utile}}{\text{Energie couteuse}} = \left| \frac{Q_f}{W} \right| \Rightarrow \eta_{fc} = \frac{Q_f}{W}$. De plus, on a d'après les questions précédentes $W = -Q_c - Q_f$ et $Q_c/T_c = -Q_f/T_f$ (cycle réversible). On en déduit alors que

$$\eta_{fc} = -\frac{Q_f}{Q_f + Q_c} = -\frac{1}{1 + Q_c/Q_f} = -\frac{1}{1 - T_c/T_f} \Rightarrow \eta_{fc} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

L'application numérique donne $\eta_{fc} \approx 10,5$

4. La pompe à chaleur est utilisée ici comme un dispositif de chauffage.

Définir l'efficacité η_{cc} de cette machine et l'exprimer en fonction des températures des sources. Réaliser ensuite l'application numérique avec $\theta_c = 26^\circ\text{C}$ et $\theta_f = 0^\circ\text{C}$.

Réponse :

On a ici $\eta_{cc} = \frac{\text{Energie utile}}{\text{Energie couteuse}} = \left| \frac{Q_c}{W} \right| \Rightarrow \eta_{cc} = -\frac{Q_c}{W}$. De plus, on a d'après les questions précédentes $W = -Q_c - Q_f$ et $Q_c/T_c = -Q_f/T_f$ (cycle réversible). On en déduit alors que

$$\eta_{cc} = \frac{Q_c}{Q_f + Q_c} = -\frac{1}{1 + Q_f/Q_c} = \frac{1}{1 - T_f/T_c} \Rightarrow \eta_{cc} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

L'application numérique donne $\eta_{cc} \approx 11,5$ soit un résultat légèrement supérieur à l'efficacité obtenue pour le réfrigérateur.

I.B Modèle des pseudo-sources (facultatif)

Dans cette partie, on considère que les températures des sources, constituées des masses d'eau m_e contenues dans les seaux en plastique, varient au cours de l'expérience. On suppose également que toutes les évolutions sont réversibles. À la date $t = 0$, on met en marche la pompe à chaleur alors que les deux seaux contiennent chacun $m_e = 4\text{ kg}$ d'eau à la même température T_0 . On note c_e la capacité thermique massique de l'eau.

5. Exprimer le transfert thermique élémentaire δQ_f reçu par le fluide de la part de la source froide en fonction de m_e , c_e et dT_f , où dT_f est la variation élémentaire de température de la source froide lors de la durée dt .

Réponse :

On applique le premier principe à la source froide

$$dU = m_e c_e dT_f = -\delta Q_f \Rightarrow Q_f = -m_e c_e dT_f$$

En effet, le signe - provient du fait que l'on considère le transfert thermique reçu par le fluide caloporteur et non par la source froide.

6. De même, exprimer le transfert thermique élémentaire δQ_c reçu par le fluide de la part de la source chaude en fonction de m_e , c_e et dT_c , où dT_c est la variation élémentaire de température de la source chaude.

Réponse :

On obtient cette fois en étudiant la source chaude que

$$Q_c = -m_e c_e dT_c$$

On admet que dans le cas d'une évolution cyclique réversible infinitésimale, les principes de la thermodynamique appliqué au fluide R134a s'écrivent

$$0 = \delta Q_c + \delta Q_f + \delta W \quad \text{et} \quad 0 = \frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_f}{T_f} \quad (\text{I.1})$$

avec les températures des sources froides et chaudes qui peuvent alors évoluer au cours du temps.

7. En déduire une relation entre T_f , dT_f , T_c et dT_c

Réponse :

On combine les résultats précédents en partant de l'expression du second principe

$$\frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_f}{T_f} \Rightarrow \frac{dT_f}{T_f} + \frac{dT_c}{T_c} = 0$$

Lors de l'expérience, on obtient les tracés de la figure I.3 avec $\theta_0 = 17^\circ\text{C}$, où θ_0 représente la température initiale commune des deux seaux.

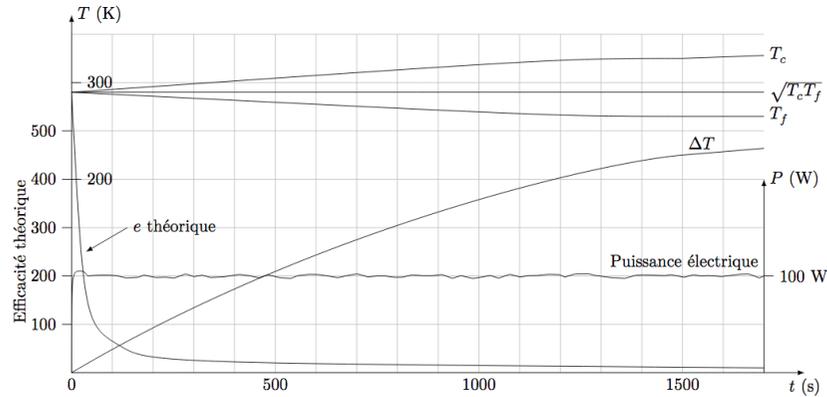


FIGURE I.3 – Courbes expérimentales

8. Commenter l'allure des trois courbes du haut donnant les variations de $T_c(t)$, $T_f(t)$ et $\sqrt{T_c(t)T_f(t)}$. On justifiera avec rigueur l'allure de cette dernière courbe à l'aide d'un calcul.

Réponse :

Conformément à son mode de fonctionnement, la pompe à chaleur prélève de l'énergie (transfert thermique) à la source froide (donc T_f diminue) et apporte de l'énergie à la source chaude (donc T_c augmente). On observe de plus que la courbe associée à l'expression $\sqrt{T_f T_c}$ reste constante. En effet, on a

$$\frac{dT_f T_c}{dt} = \frac{dT_f}{dt} T_c + \frac{dT_c}{dt} T_f = \frac{1}{dt} (T_c dT_f + T_f dT_c)$$

or, on a montré à la question précédente que

$$0 = \frac{dT_f}{T_f} + \frac{dT_c}{T_c} \Rightarrow 0(T_f T_c) = T_c dT_f + T_f dT_c = 0$$

On en déduit alors au final que le produit $T_f T_c$ est constant au cours du temps et il ira de même pour $\sqrt{T_f T_c}$.

9. Expliquer alors pourquoi la température T_f semble atteindre un plateau lorsque $t \geq 1500$ s.

Réponse :

On observe que le plateau est obtenu pour une température de 0°C à laquelle l'eau froide va geler. Le changement d'état étant isobare (pression imposée par l'extérieur), il est alors aussi isotherme. A partir de cet instant, le transfert thermique Q_c n'est plus obtenu en diminuant T_f mais en effectuant un changement d'état.

Dans la suite, on se place à $t < 1500$ s.

On définit une efficacité théorique par : $\eta_t = \left| \frac{\delta Q_c}{\delta W} \right|$ où δW est le travail reçu par le fluide de la part du compresseur au cours d'un cycle infinitésimal.

10. Exprimer η_t à l'aide de T_c et T_f uniquement.

Réponse :

$$\text{On a alors } \eta_t = \frac{\delta Q_c}{\delta Q_c + \delta Q_f} = \frac{dT_c}{dT_c + dT_f} = \frac{1}{1 + dT_f/dT_c} \Rightarrow \eta_t = \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

11. En notant $\Delta T = T_c - T_f$, montrer que l'efficacité théorique η_t de la pompe à chaleur à chaleur s'écrit

$$\eta_t = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{T_0}{\Delta T}\right)^2}$$

Commenter ensuite cette expression. La courbe nommée e théorique (figure I.3) est-elle en accord avec cette expression ?

Réponse :

On a montré que $T_c T_f = T_0^2$

I.C Étude thermodynamique de l'écoulement stationnaire

I.C.1 Écoulements stationnaires à travers les différents composants

Dans cette partie, on considère cette fois que le fluide est en écoulement stationnaire à travers les différentes machines qui composent la pompe à chaleur (compresseur, condenseur, détendeur, tuyau). De plus, on réalise un écoulement d'eau dans le seau de droite (figure I.4) : de l'eau arrive d'un robinet et s'évacue ensuite dans un évier.



FIGURE I.4 – Pompe à chaleur avec dispositif de refroidissement

Au bout d'une vingtaine de minutes, la température de l'eau du seau de droite (notée θ_3) est constante. Il en va de même pour celle du seau de gauche. Les températures et pressions se stabilisent alors dans l'ensemble du dispositif. Le régime permanent atteint, on effectue alors les mesures de température θ_i et de pression P_i reportées dans le tableau 1.

En régime permanent d'écoulement, le fluide R134a subit les transformations suivantes (on peut se reporter à la figure I.2)

	1	2	3	3'	4	5	6
P (bar)	2,9	6,8	6,8	6,8	6,8	2,9	2,9
θ (°C)	12	44	26	26	19	0	0
T (K)	285	317	299	299	292	273	273

TABLE 1 – Grandeurs thermodynamiques en régime permanent

- $1 \rightarrow 2$: le fluide à l'état gazeux sous la pression P_b est comprimé dans un compresseur à piston. Il ressort à la pression P_h . On considère que cette compression est adiabatique ;
- $2 \rightarrow 3$: le gaz se refroidit de façon isobare jusqu'au condenseur (seau de droite contenant une masse d'eau m_e). On parle de désurchauffe. Au point 3 le gaz est assimilé à de la vapeur saturante sèche ;
- $3 \rightarrow 3'$: le gaz se condense au contact thermique de l'eau du condenseur (seau de droite) jusqu'au liquide saturé ;
- $3' \rightarrow 4$: dans le tuyau de cuivre, le liquide se refroidit de façon isobare jusqu'au détendeur. On parle de sous-refroidissement ;
- $4 \rightarrow 5$: le liquide subit une détente dans le détendeur ; il commence à se vaporiser tandis que la température va diminuer ; la pression de sortie est P_b (manomètre de gauche). Cette détente peut être considérée comme adiabatique ;
- $5 \rightarrow 6$: le fluide poursuit sa vaporisation à la pression P_h notamment dans le serpentin évaporateur baignant dans de l'eau (seau de gauche contenant une masse d'eau m_e) ;
- $6 \rightarrow 1$: dans le tuyau de cuivre, le gaz se réchauffe de façon isobare jusqu'à l'entrée du compresseur. On parle de surchauffe. Elle permet de s'assurer qu'aucune goutte de liquide ne pénètre dans le compresseur.

On obtient les résultats suivants : On considère une machine (M), présentant une entrée et une sortie, dans laquelle un fluide est en écoulement permanent unidimensionnel. Dans toute la suite du problème, on négligera les variations d'énergies cinétique et potentielle massiques devant les variations d'enthalpie massique.

Etude du détendeur :

12. Montrer que l'enthalpie massique se conserve au cours de la transformation ($4 \rightarrow 5$) dans le détendeur.

Réponse :

On peut appliquer le premier principe industriel au fluide caloporteur passant à travers le détendeur :

$$\Delta h = w_u + \underbrace{q}_{=0}$$

or on observe qu'il n'y a pas de travail utile massique pour le détendeur donc on obtient bien $\Delta h = h_5 - h_4 = 0$

On considère le diagramme enthalpique (ou diagramme des frigoristes) fourni à la fin du sujet. Sur ce diagramme, on peut identifier la courbe de saturation composée de la courbe d'ébullition (liquide saturé, $x = 0$, courbe de gauche) et de la courbe de rosée (vapeur saturante sèche, $x = 1$, courbe de droite). On peut également identifier les isotitres, les isothermes, les isentropiques et les isochores.

13. Lors du changement d'état $A \rightarrow B$ d'un corps pur à la température T , quelle relation théorique a-t-on entre $\Delta s_{AB}(T)$ et $\Delta h_{AB}(T)$? Vérifier numériquement cette relation pour $T = 299$ K.

Réponse :

On a d'après le cours $\Delta s = \frac{\Delta h}{T}$. Graphiquement, on observe pour $\theta = 26$ °C que $\Delta h \approx 410 - 235 = 175$ kJ/kg

et que $\Delta s \approx 1,71 - 1,12 = 0,59$ kJ/K/kg.

On a de plus $\Delta h/T \approx 0,585$ kJ/K/kg donc les résultats sont bien identiques (aux incertitudes de mesure près)

14. Déterminer graphiquement la valeur de l'enthalpie massique de vaporisation $l_v(273)$ du fluide R134a pour $T = 273$ K.

Réponse :

On mesure graphiquement pour la vaporisation complète $l_v(273) = \Delta h \approx 397 - 200 = 197$ kJ/Kg.

15. On note $c_e = 1,34$ kJ/kg/K, la capacité thermique (supposée constante) du fluide R314a. Démontrer alors la relation suivante

$$x_5 = c_e \frac{T_4 - T_5}{l_v(273)}$$

puis effectuez l'application numérique.

Réponse :

On peut décomposer la détente en deux étapes fictives. Un refroidissement sans changement d'état ($T_4 \rightarrow T_5$) suivi d'un changement d'état isotherme ($x = 0 \rightarrow x_5$). On obtient alors

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 = c_e(T_5 - T_4) + l_v(273)(x_5 - 0) = 0 \Rightarrow x_5 = c_e \frac{T_4 - T_5}{l_v(273)}$$

L'application numérique donne alors $x_5 \approx 0,13$.

16. Obtenir ensuite la valeur de x_5 à partir d'une lecture graphique et comparer au résultat obtenu à la question précédente.

Réponse :

Au point 4 , on a une pression de 6,8 bar et une température de 293 K = 20 °C. On en déduit l'enthalpie massique $h_4 \approx 225$ kJ/Kg. L'étape $4 \rightarrow 5$ état isenthalpique, on en déduit que $h_5 = h_4$ et on a d'après l'énoncé $P_5 = 2,9$ bar. On peut alors lire $x_{5,diag} \approx 0,14$. Ce résultat est donc très proche du résultat théorique.

Etude du compresseur :

17. Calculer le travail massique w_{12} reçu par le fluide de la part du compresseur à l'aide d'une lecture graphique.

Réponse :

On peut encore une fois appliquer le premier principe industriel au fluide caloporteur passant à travers le compresseur sous l'état de vapeur sèche

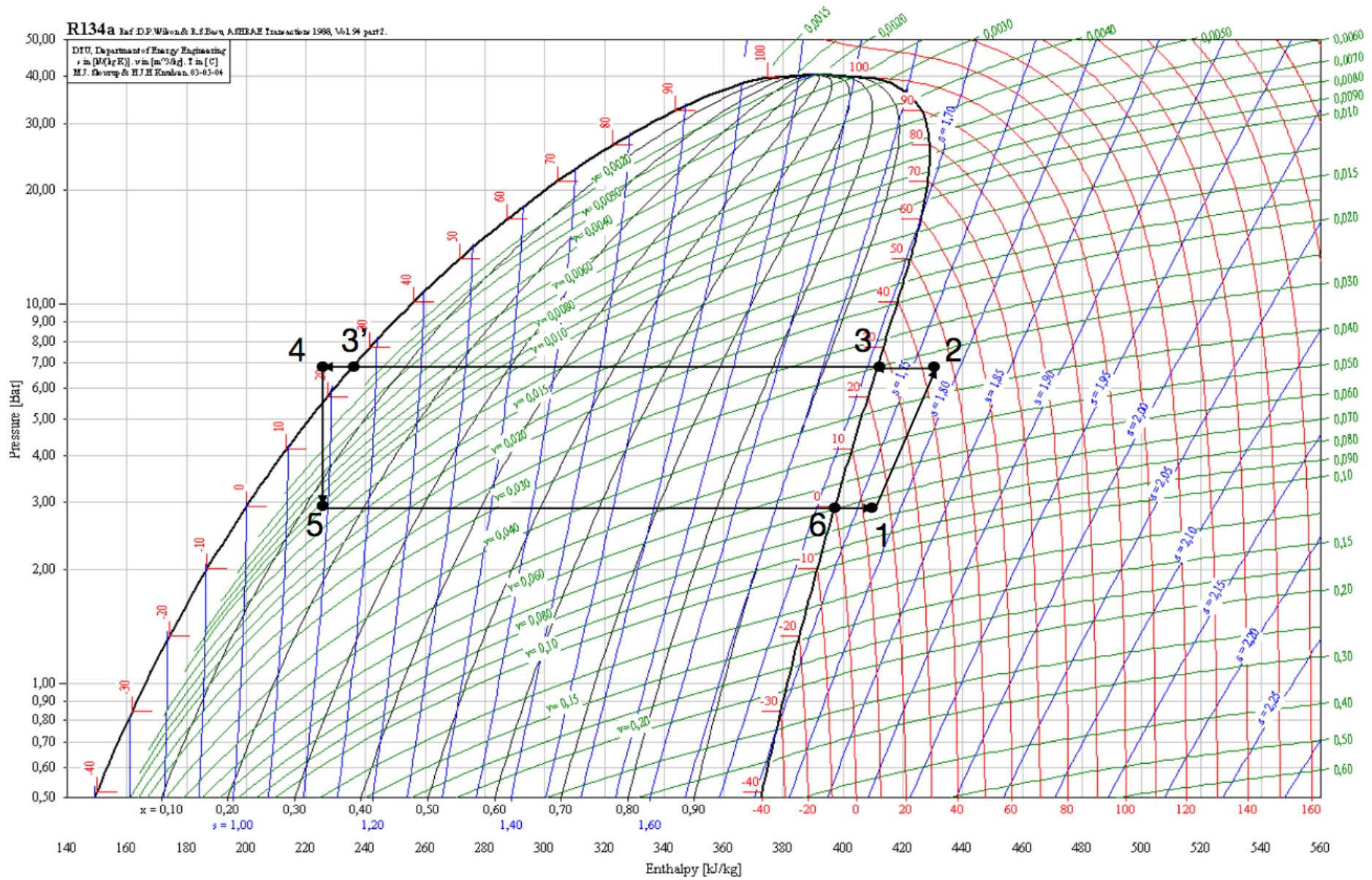
$$\Delta h = h_2 - h_1 = w_{12} + \underbrace{q}_{=0} \Rightarrow w_{12} = h_2 - h_1$$

Or, on peut lire sur le diagramme $h_2 \approx 430$ kJ/kg et $h_1 \approx 410$ kJ/kg. On en déduit alors $w_{12} \approx 20$ kJ/kg

18. Placer les points **1, 2, 3, 3', 4, 5** et **6** sur le diagramme des frigoristes et tracer le cycle parcouru par le fluide.

Réponse :

On obtient alors le diagramme suivant :



Etude du condenseur :

19. *Exprimer puis calculer le transfert thermique massique $q_{33'}$ reçu par le fluide caloporteur lors de la phase de condensation $3 \rightarrow 3'$*

Réponse :

On a par application du premier principe industriel au fluide R134a s'écoulant à travers le condenseur

$$h_{3'} - h_3 = \underbrace{w_a}_{=0} + q_{33'} \Rightarrow q_{33'} \approx 235 - 413 = -178 \text{ kJ/kg}$$

I.C.2 Efficacité de la pompe à chaleur

Dans toute la suite du problème, on prendra comme valeur du débit massique en R134a : $D_m = 2,12 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ et la pompe à chaleur est utilisée comme chauffage en hiver.

20. *Donner le sens de tous les transferts énergétiques ; on s'aidera éventuellement pour cela d'un schéma.*

Réponse :

On a comme établi lors de la première partie le transfert thermique vers la source chaude $Q_{33'}$ négatif (c'est la source chaude qui doit être réchauffée), le transfert thermique reçu de la source froide Q_{56} est positif, ainsi que le travail reçu W_{12} .

21. *Définir l'efficacité η_c de la pompe à chaleur sans tenir compte du rendement r du compresseur.*

Réponse :

On a ici $\eta_c = \frac{Q_{33'}}{W_{12}} = \frac{q_{33'}}{w_{12}}$. En effet, seul l'étape 33' s'effectue au contact de la source chaude ; les étapes 23 et 3'4 s'effectuant plutôt au contact de l'air situé à l'extérieur des conduits. De même, on considère uniquement w_{12} , le travail utile apporté par le compresseur car c'est bien l'énergie couteuse.

En cas de doute, on peut appliquer le premier principe industriel au cycle complet pour obtenir

$$w_{\text{cycle}} = -(q_{23} + q_{33'} + q_{3'4} + q_{56} + q_{61})$$

Toutes ces étapes étant stationnaires, on peut identifier les transferts thermiques aux variations d'enthalpie pour chaque étape :

$$w_{\text{cycle}} = -(\Delta h_{23} + \Delta h_{33'} + \Delta h_{3'4} + \Delta h_{56} + \Delta h_{61})$$

et on peut réaliser l'application numérique (soumise aux incertitudes de mesure) pour obtenir $w = 21 \text{ kJ/kg}$ soit le même résultat que $w_{u,12}$.

En effet, le travail total inclut le travail utile au niveau du compresseur, plus tous les travaux des forces de pressions. Ces derniers s'annulent terme à terme. En effet, le travail fourni à l'entrée d'un étage est prélevé à l'étage précédent et ainsi de suite.

22. *Faire l'application numérique et comparer-la à l'efficacité η_{cc} de Carnot.*

Réponse :

On obtient alors $\eta_c \approx 8,9 < \eta_{cc} = 11,5$

23. *Quel est l'intérêt de la désurchauffe ($2 \rightarrow 3$) et de la surchauffe ($6 \rightarrow 1$) ?*

Réponse :

Ces étapes permettent de s'assurer de la présence de vapeur sèche en entrée du compresseur (**1**). En effet, ce dernier aurait un fonctionnement grandement détérioré en présence de fluide caloporteur à l'état liquide.

A l'inverse, ces étapes ne servent pas à améliorer le rendement ; en effet, sans ces dernières, $q_{33'}$ reste inchangée tandis que $w'_{12} \rightarrow 15 \text{ kJ/kg}$. Le rendement serait donc plus élevé.

24. *En pratique, le wattmètre mesurant la puissance électrique consommée par le compresseur affiche une valeur moyenne $\mathcal{P} = 60 \text{ W}$. Déterminer le rendement r du compresseur. En déduire le rendement global de l'installation η_r .*

Réponse :

La puissance instantanée fournie au fluide vaut $P_{12} = w_{12}D_m \approx 42 \text{ W}$ On en déduit un rendement $r = P_{12}/\mathcal{P} \approx 70\%$ Ainsi, seul 70 pourcent de l'énergie électrique consommée est utilisée pour comprimer le gaz ; le reste est perdu d'un point de vue mécanique (forces de frottement, viscosité de l'air, ...).

On en déduit au final que $\boxed{\eta_r = r\eta_c = 6,2}$. Le rendement corrigé est donc légèrement plus faible mais tient compte de la puissance électrique réellement consommée et non d'une estimation. Ce dernier est donc plus fiable.