Physique - Devoir Maison 04
02/12/2024

Corrigé

I Voiture et sécurité

Ce problème s'intéresse à quelques aspects de la sécurité routière. La première partie étudie la distance de freinage en fonction de l'état de la chaussée, la deuxième partie analyse le principe du relèvement d'un virage et la dernière partie étudie les risques liés à la suspension d'un objet dans l'habitacle à proximité du conducteur.

On précise que les parties sont totalement indépendantes les unes des autres. Dans tout le problème, on considérera que l'accélération de pesanteur vaut $g = 10\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

I.A Distance nécessaire pour s'arrêter sur une ligne droite horizontale

La sécurité routière insiste fortement sur le respect de distances minimales entre les véhicules afin qu'en cas d'incident imprévu, tout véhicule puisse s'arrêter sans danger.

DOCUMENT 1 : "Distance de sécurité", article extrait du site de l'Association de Prévention Routière
http ://www.preventionroutiere.asso.fr

Sur autoroute, près des deux tiers des conducteurs ne respectent pas la distance de sécurité entre leur voiture et le véhicule qui les précède. Garder ses distances avec le véhicule que l'on suit est pourtant le meilleur moyen d'éviter une collision ou pire un carambolage.
La distance d'arrêt d'un véhicule correspond à la distance parcourue pendant le temps de réaction de son conducteur à laquelle s'ajoute la distance de freinage.

- *Temps de réaction noté t_R : on évalue à une seconde le temps minimum nécessaire pour que le conducteur réagisse en cas d'incident ou d'apparition d'un obstacle et ce, dans les meilleures conditions. Pendant ce temps-là, le véhicule continue sa course. Ce n'est qu'une fois l'information assimilée que le conducteur commence vraiment à freiner.*
- *Distance de freinage : sa longueur varie en fonction de la vitesse du véhicule, de l'efficacité du système de freinage, de la pente, ...*

Le Code de la Route a fixé une règle claire : l'intervalle de sécurité à ménager entre vous et le véhicule qui vous précède est au moins la distance que vous parcourez en 2 secondes. Plus votre vitesse est élevée, plus cette distance doit être grande.
Pour les véhicules lourds (PTAC > 3,5 t) ou ceux dont la longueur dépasse 7 mètres, les ensembles de véhicules (voiture + caravane) et les camping-cars, cette distance est d'au moins 50 mètres.

Comment évaluer la bonne distance de sécurité ? Prenez un point de repère visuel sur le bord de la route comme un arbre ou un panneau de signalisation. Une fois que le véhicule qui vous précède est passé à sa hauteur, comptez 2 secondes. Si votre véhicule passe ce repère avant ce délai, vous êtes trop près.

Autre astuce : sur autoroute, les lignes délimitant la bande d'arrêt d'urgence mesurent 39 mètres et sont espacées entre elles de 13 mètres. A 130 km.h^{-1}, vous devez au moins laisser un intervalle de 2 traits soit environ $D = 90$ mètres pour arrêter votre véhicule sans percuter celui qui vous précède.

On considère un véhicule roulant sur une route rectiligne horizontale Ox à la vitesse v_0 prise égale pour l'instant à 130 km.h^{-1} avec un mouvement uniforme. On notera $\vec{e_x}$ le vecteur unitaire de l'axe Ox dans le sens du déplacement. On donne les coefficients de frottement statiques suivants :

Matériaux	Coefficient de frottement statique μ_0
pneu sur béton sec	0,80
pneu sur béton mouillé	0,60

On prendra l'origine des temps à l'instant où un obstacle a surgi dans le champ de vision du conducteur, et l'origine O de l'espace à la position du véhicule à l'instant initial $t = 0\,\mathrm{s}$. Pour les applications numériques, on prendra $t_R = 1{,}0\,\mathrm{s}$.

1. *À la suite de l'apparition d'un obstacle dans le champ de vision du conducteur, on peut distinguer une première phase du mouvement dont la durée correspond au temps de réaction du conducteur t_R. Que peut-on dire de la nature du mouvement au cours de cette phase ? En déduire l'expression de la vitesse $v(t)$ puis de la position $x(t)$ du véhicule au cours du temps durant cette première phase, et l'abscisse du point R atteint au bout du temps de réaction.*

   Réponse :
   Avant que le conducteur réagisse à l'apparition de l'obstacle, il ne modifie pas le mouvement. On peut dire que le mouvement reste uniforme, donc la vitesse reste constante : $\boxed{\dot{x}(t) = v_0}$.
   En intégrant l'expression de la vitesse, on trouve : $x(t) = v_0 t + c$, avec c constante d'intégration. Sachant que $x(0) = 0$, on obtient $\boxed{x(t) = v_0 t}$. Au bout d'un temps t_R, la voiture a parcouru une distance $\boxed{x(t_R) = v_0 t_R}$.

2. *La seconde correspond au freinage proprement dit. Par souci de simplification, on considère que le freinage consiste à imposer une **décélération** a_0 constante. Si on suppose que $a_0 > 0$, donner l'expression du vecteur accélération au cours du temps puis celle du vecteur vitesse.*

   Réponse :
   Il s'agit d'une décélération d'où $\vec{a}(t) = -a_0 \vec{e}_x \Rightarrow v(t) = -a_0 t + c$ avec c tel que $v(t_R) = v_0 \Rightarrow c = v_0 + a_0 t_R$.
   On obtient ainsi $v(t) = v_0 + a_0(t_R - t)$

   Pour aller plus loin :
   La phase de freinage commence à $t = t_R$, il est donc interdit d'appliquer une condition initiale à $t = 0 < t_R$. De plus, il faut vérifier à postériori que la vitesse est bien continue en t_R. C'est bien le cas ici avec l'expression proposée

3. *En déduire la position $x(t)$ du véhicule en fonction du temps. (pour $t < t_R$ et $t > t_R$)*

   Réponse :
   On a pour la première partie du mouvement $x(t < t_R) = 0 + v_0 t$ puis pour la seconde partie, $x(t > t_R) = d + v_0(t - t_R) - a_0 \frac{(t-t_R)^2}{2}$ avec d tel que $x(t_R) = v_0 t_R$ par continuité avec la première partie du mouvement.
   On en déduit $x(t > t_R) = v_0 t - a_0 \frac{(t-t_R)^2}{2}$

4. *Déterminer l'instant t_1 pour lequel le véhicule s'arrête. En déduire la distance d'arrêt d_a en fonction de v_0, a_0 et t_R.*

   Réponse :
   Le véhicule s'arrête lorsque $v(t_1) = 0$ soit lorsque $v_0 + a_0(t_R - t_1) = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{a_0} + t_R$. On en déduit $x(t_1) = d_a = v_0(\frac{v_0}{a_0} + t_R) - a_0 \frac{(v_0/a_0)^2}{2} = \frac{v_0^2}{2a_0} + v_0 t_R$

5. *Exprimer puis calculer (A.N.) la valeur minimale de la décélération permettant d'utiliser les lignes de la bande d'arrêt d'urgence pour évaluer la distance de sécurité , c'est-à-dire pour que la distance d'arrêt soit inférieure à la distance D des deux lignes de la bande d'arrêt d'urgence.*

Réponse :
Il faut que $d_a \leq D$ soit $\frac{v_0^2}{2a_0} + v_0 t_R \leq D \Rightarrow a_0 \geq \frac{v_0^2}{2(D - v_0 t_R)} = a_{0,\text{min}}$.

L'application numérique donne $a_{0,\text{min}} = 12\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

---

6. *Pour une valeur de décélération $a_0 = 12\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, comparer les temps d'arrêt et les distances d'arrêt pour des vitesses respectivement de 90 et $130\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. Les résultats sont-ils logiques ?*

Réponse :
L'application numérique donne $t_1 = 4{,}0\,\text{s}$ à 130 km/h puis $t_1 = 3{,}1\,\text{s}$ à 90 km/h puis les distances d'arrêt $d_a^{130} = 90{,}4\,\text{m} \approx D$ (logique d'après l'énoncé) puis $d_a^{90} = 51\,\text{m}$. La distance et le temps d'arrêt sont donc plus faibles à 90 km/h.

---

7. *En supposant que les pneus roulent sans glissement lors de la phase de freinage (le véhicule est muni d'un système ABS), exprimer la décélération maximale $a_{0,\text{max}}$ en fonction de g et μ_0 puis effectuez les applications numériques pour un sol mouillé puis sec.*

Réponse :
Le véhicule est soumis au poids ($\vec{P} = -mg\vec{e}_z$), à la réaction du support ($\vec{R}_N = R_n\vec{e}_z$ ainsi qu'à la réaction tangentielle ($\vec{R}_T = -R_T\vec{e}_x$). Le mouvement étant uniquement selon $\vec{e}_x$, on en déduit par projection du PFD selon $\vec{e}_z$ (dans le ref. lié à la route et supposé Galiléen) :

$$m\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = -mg + R_N \Rightarrow R_N = mg$$

Les pneus roulant sans glissement, on a d'après la loi de Coulomb $R_T \leq \mu_0 mg$. Dans le meilleur des cas (limite du glissement), on obtient $R_T = \mu_0 mg$. La projection du PFD selon $\vec{e}_x$ donne alors $m(-a_{0,\text{max}}) = -R_T = -\mu_0 mg \Rightarrow a_{0,\text{max}} = \mu_0 g$.
On trouve dans le cas du sol sec $a_{0,\text{max}} = 7{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ puis pour le sol mouillé $a_{0,\text{max}} = 5{,}9\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

---

8. *Ces valeurs étant inférieur à $a_0 = 12\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, pourquoi le véhicule peut-il tout de même atteindre une décélération moyenne de 12 $m.s^{-2}$?*

Réponse :
A l'aide des frottements fluides, qui vont aussi contribuer à freiner le véhicule. Ces derniers seront d'autant plus important que la vitesse sera élevée et joueront un rôle primordial en début de phase de freinage.
A l'inverse, l'ABS ne peut pas être mis en cause. Sans lui, on risque le glissement (passage de μ_0 à $\mu < \mu_0$ dans les lois de Coulomb et donc moins de freinage).

Un dernier effet peut être mentionné : les forces exercées par l'air sur le véhicule en mouvement ont aussi une composante verticale, qui peut s'ajouter au poids dans le bilan des forces, en plaquant mieux la voiture au sol. On en déduit un meilleur freinage via la loi ce Coulomb. Cet effet est toutefois négligeable sur une voiture standard, mais important en F1 par exemple.

I.B Relèvement d'un virage

On revient au cas d'une route sèche et horizontale , mais elle n'est plus rectiligne. On la modélise par un arc de cercle horizontal de rayon R et de centre O.

9. *Rappeler les expressions de la vitesse et de l'accélération d'un mouvement circulaire en coordonnées polaires (R, θ) d'origine O et d'axe vertical Oz.*

Réponse :
On a d'après le cours $\overrightarrow{OM} = R\vec{e}_r$ avec R constant, puis par dérivation successive $\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ et $\vec{a} = -R(\dot{\theta})^2\vec{e}_r + R\ddot{\theta}\vec{e}_\theta$

---

10. *On veut parcourir cette portion de route à vitesse constante v avec un véhicule de masse m. Que peut-on dire de la vitesse angulaire de rotation $\dot{\theta}$ sur l'arc de cercle ? En déduire l'expression du vecteur accélération du véhicule.*

Réponse :
Si la norme de la vitesse est constante, on a $||\vec{v}|| = R|\dot{\theta}| = cste$ donc la vitesse angulaire l'est aussi et il vaut $\dot{\theta} = \frac{v}{R}$. On peut ensuite exprimer à nouveau l'accélération :

$$\vec{a} = -\frac{v^2}{R}\vec{e}_r$$

---

11. *En projetant le principe fondamental de la dynamique sur la verticale, exprimer la composante normale N de la réaction de la route.*

Réponse :
Les forces à considérer sont le poids ($\vec{P} = -mg\vec{e}_z$) ainsi que les réactions normale ($\vec{N} = N\vec{e}_z$) et tangentielle ($\vec{T}$) du support (ici, la route). La projection verticale du PDF appliqué au véhicule dans le référentiel lié à la route donne :

$$\underbrace{m\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}}_{=0} = -mg + N \Rightarrow N = mg$$

En effet, la vitesse verticale du véhicule est nulle et donc constante.

---

12. *Montrer qu'il y a nécessairement une force radiale $\vec{T}$ au cours du mouvement. On donnera l'expression de sa norme en fonction de m, v et R.*

Réponse :
L'application du PFD donne alors

$$-m\frac{v^2}{R}\vec{e}_r = \vec{T} + \underbrace{\vec{N} - mg\vec{e}_z}_{=\vec{0}} \Rightarrow \vec{T} = -m\frac{v^2}{R}\vec{e}_r \Rightarrow ||\vec{T}|| = m\frac{v^2}{R}$$

---

13. *Pour que le virage soit pris dans de bonnes conditions de sécurité, cette force doit correspondre à la composante tangentielle de la réaction de la route lorsqu'il n'y a pas glissement , c'est-à-dire que sa norme T doit être inférieure à $\mu_0 N$ où N est la composante normale de la réaction et μ_0 le coefficient de frottement. Montrer que pour qu'il en soit ainsi, la vitesse ne doit pas dépasser une valeur maximale v_{max} qu'on exprimera en fonction de μ_0, g et R. Donner sa valeur numérique sur route sèche avec $R = 50\,\text{m}$.*

Réponse :
Pour éviter le glissement, il faut que $||\vec{T}|| \leq \mu_0 N \Rightarrow \frac{v^2}{R} \leq \mu_0 g \Rightarrow v \leq \sqrt{\mu_0 g R} = v_{\text{max}}$. Dans le cas d'un sol sec, on obtient $v_{\text{max}} = 20\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ soit 72 km/h

14. *Si le virage est mouillé , voire verglacé, que peut-on dire de la vitesse maximale avec laquelle on peut aborder le virage ? Vers quelle limite tend v_{max} quand le frottement tend à s'annuler ?*

Réponse :
Sur route mouillée, le coefficient μ_0 diminue et donc il en ira de même pour la vitesse maximale. Une nouvelle A.N. donne 62 km/h. En absence de frottement, $v_{\max} \to 0$, il n'est donc plus possible de tourner.

---

15. *Pour améliorer le contact pneu - route, on relève le virage d'un angle β. On suppose ici qu'il n'y a pas de frottement. Exprimer la valeur de la vitesse constante v dans le virage en fonction de g, R et β. Donner sa valeur pour $\beta = 20\ °$ et $R = 50\,\text{m}$.*

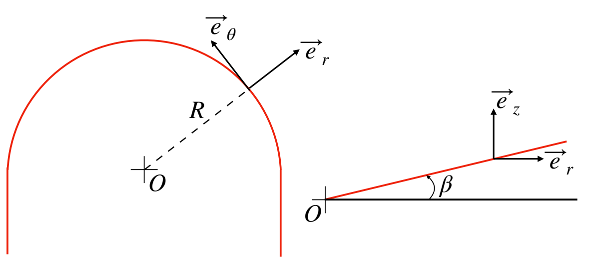
Réponse :
Il convient d'appliquer à nouveau le PFD au véhicule (toujours dans R galiléen) mais avec une réaction du support normale $\vec{N} = N\cos(\beta)\vec{e}_z - N\sin(\beta)\vec{e}_r$ et absence de réaction tangentielle (pas de frottements pour cette question). On obtient ainsi :

$$-m\frac{v^2}{R}\vec{e}_r = -mg\vec{e}_z + N\cos(\beta)\vec{e}_z - N\sin(\beta)\vec{e}_r$$

Sa projection selon $\vec{e}_z$ donne $N\cos(\beta) = mg \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos(\beta)}$ et sa projection radiale donne $m\frac{v^2}{R} = N\sin(\beta)$. On en déduit par substitution :

$$m\frac{v^2}{R} = mg\tan(\beta) \Rightarrow v = \sqrt{Rg\tan(\beta)}$$

L'application numérique donne $v = 13,5\ m.s^{-1} \approx 48{,}5\,\text{km/h}$



Deux projections du relèvement d'un virage.

16. *Calculer la valeur de β pour retrouver la vitesse v_{max} obtenue précédemment à la question 13.*

Réponse :
On trouve $\tan(\beta) = \frac{v^2}{Rg} = \mu_0 \Rightarrow 38,7\,\text{deg}$ pour un sol sec.

I.C Danger lié à un pendule suspendu dans un véhicule

Prélude : Dynamique en référentiel non Galiléen

Dans cette partie, on s'intéresse à l'étude du mouvement d'un système ponctuel M de masse m à l'intérieur du véhicule qui est lui-même en mouvement par rapport à la route. On considère alors le référentiel terrestre noté $\mathcal{R}_T$ (Galiléen) puis le référentiel lié au véhicule noté $\mathcal{R}_V$.

17. *On note $\vec{a}_{M\in\mathcal{R}_T}$ l'accélération de M dans $\mathcal{R}_T$ qui est soumis à un ensemble de force de résultante $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i$. Exprimer le vecteur $\vec{a}_{M\in\mathcal{R}_T}$ en fonction de $\vec{a}_{M\in\mathcal{R}_V}$, le vecteur accélération de M dans $\mathcal{R}_V$ et de $\vec{a}_{V/T}$, l'accélération du véhicule par rapport au référentiel terrestre.*

Réponse :
On trouve que $\vec{v}_{M/T} = \vec{v}_{M/V} + \vec{v}_{V/T}$ par décomposition du vecteur vitesse puis en dérivant : $\vec{a}_{M\in\mathcal{R}_T} = \vec{a}_{M\in\mathcal{R}_V} + \vec{a}_{V/T}$

---

18. *En déduire que si $\mathcal{R}_V$ est un référentiel non galiléen en mouvement rectiligne uniformément accéléré par rapport à $\mathcal{R}_T$, on peut obtenir la relation suivante :*

$$m\vec{a}_{M\in\mathcal{R}_V} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i - m\vec{a}_{V/T} \tag{I.1}$$

appelée "principe fondamental de la dynamique en référentiel non galiléen".

Réponse :
On peut appliquer le PDF dans $\mathcal{R}_T$ (ref. galiléen) à M :

$$m\underbrace{\vec{a}_{M\in\mathcal{R}_T}}_{=\vec{a}_{M\in\mathcal{R}_V}+\vec{a}_{V/T}} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i \Rightarrow m\vec{a}_{M\in\mathcal{R}_V} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i - m\vec{a}_{V/T}$$

D'où le résultat.

Il faudra à coup sûr appliquer cette version du PDF, notée PFDNG dans la suite, lors de l'étude du mouvement du pendule dans le référentiel lié au véhicule.

Application : Mouvement du pendule

Certains conducteurs aiment suspendre des objets à proximité de leur rétroviseur intérieur comme des porte-bonheur ou des diffuseurs solides de parfum.

On se propose de s'intéresser aux dangers associés à cette pratique. Pour simplifier l'étude, on considère que l'objet est une masse M suspendue à un fil inextensible, sans raideur, de masse négligeable devant M et de longueur ℓ dont l'autre extrémité est attachée au rétroviseur.

On suppose que la voiture roule en ligne droite à vitesse constante $\vec{v_0} = v_0\vec{e_x}$ quand surgit un obstacle sur la route. Le conducteur freine brutalement avec une accélération constante $\vec{a} = -a_0\vec{e_x}$. On négligera les frottements de l'air.

Le point de suspension du fil est situé sur le pare-brise, ce dernier étant incliné d'un angle $\alpha = 15\ °$ par rapport à la verticale.

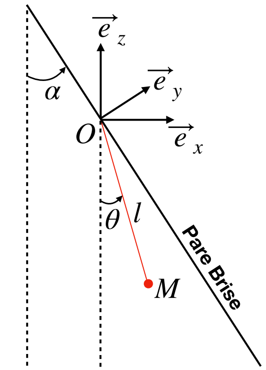


Figure I.1 – Pendule suspendu au pare-brise d'une voiture

19. *Le référentiel lié à la voiture est-il galiléen ? La réponse diffère-t-elle en fonction de la phase du mouvement du véhicule (mouvement à vitesse constante ou phase de freinage) ?*

Réponse :
Lorsque la vitesse du véhicule est constante, le ref. lié à ce dernier et Galiléen car en translation rectiligne uniforme par rapport au ref. terrestre. Lorsque le véhicule freine, le ref. associé à ce dernier n'est plus galiléen.

---

20. *Exprimer le vecteur accélération de la masse M dans le référentiel $\mathcal{R}_V$ lié au véhicule en coordonnées polaires*

Réponse :
On obtient facilement $\overrightarrow{OM} = l\vec{e}_r$ puis $\vec{v} = l\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ et finalement $\vec{a}_{M\in\mathcal{R}_V} = l\ddot{\theta}\vec{e}_\theta - l(\dot{\theta})^2\vec{e}_r$

---

21. *Montrez qu'à l'équilibre, la position angulaire vérifie $\tan(\theta_{eq}) = a_0/g$ lors de la phase de freinage. Vérifier que ce résultat est cohérent à l'aide de cas particuliers.*

Réponse :
Il convient de réaliser cette étude dans $\mathcal{R}_V$ (non galiléen) en repère cylindrique (mouvement circulaire). Les deux forces à considérer sont le poids $\vec{P} = -mg\vec{e}_z = mg\cos(\theta)\vec{e}_r - mg\sin(\theta)\vec{e}_\theta$ puis la tension du fil $\vec{T} = -T\vec{e}_r$. Afin d'appliquer la relation (I.1), il convient d'exprimer au préalable le vecteur $\vec{a}_{V/M}$ dans la base polaire : $\vec{a}_{V/M} = -a_0\vec{e}_x = -a_0\sin(\theta)\vec{e}_r - a_0\cos(\theta)\vec{e}_\theta$. On obtient ainsi par application du PFDNG :

$$\begin{aligned} & m\vec{a}_{M\in\mathcal{R}_V} = \vec{P} + \vec{T} + ma_0\vec{e}_x \\ \Rightarrow\ & m\vec{a}_{M\in\mathcal{R}_V} = (mg\cos(\theta) - T + ma_0\sin(\theta))\vec{e}_r + (-mg\sin(\theta) + ma_0\cos(\theta))\vec{e}_\theta \end{aligned}$$

Or à l'équilibre, on a $\vec{a}_{M\in\mathcal{R}_V} = \vec{0}$ d'où en projection de la relation précédente selon $\vec{e}_\theta$:

$$-mg\sin(\theta_{eq}) + ma_0\cos(\theta_{eq}) = 0 \Rightarrow \tan(\theta_{eq}) = \frac{a_0}{g}$$

D'où le résultat. Lorsque $a_0 = 0$, on retrouve $\theta_{eq} = 0$ ce qui est le résultat attendu pour le pendule simple. De plus, lorsque le véhicule freine très fortement, on à $a_0 \gg g$ et donc $\theta_{eq} = \pi/2$.

---

22. *Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit la position angulaire $\theta(t)$ de l'objet suspendu dans le référentiel lié à la voiture lors de la phase de freinage.*
On se place dans l'approximation des petits angles (pour θ) jusqu'à la fin de cette partie. Montrer alors que les oscillations s'effectuent à la pulsation $\omega_0 = \sqrt{g/l}$

Réponse :
On peut reprendre l'équation (PFD en ref. non galiléen) obtenue à la question précédente, mais cette fois-ci avec une accélération non nulle :

$$m\begin{pmatrix} -l(\dot{\theta})^2 \\ l\ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} mg\cos(\theta) - T + ma_0\sin(\theta) \\ -mg\sin(\theta) + ma_0\cos(\theta) \end{pmatrix}$$

La projection de cette relation selon $\vec{e}_\theta$ permet d'obtenir l'équation du mouvement (en effet, $\vec{T}$ n'y apparait pas) :

$$ml\ddot{\theta} = -mg\sin(\theta) + ma_0\cos(\theta) \Rightarrow l\ddot{\theta} + g\sin(\theta) = a_0$$

L'angle θ étant petit, on peut effectuer les approximations suivantes : $\sin(\theta) \simeq \theta$ et $\cos(\theta) \simeq 1$ d'où :

$$l\ddot{\theta} + g\theta = +a_0 \Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \frac{g}{l}\theta = \frac{a_0}{l} = \frac{g}{l}\underbrace{\frac{a_0}{g}}_{\simeq\theta_{eq}} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2\theta = \omega_0^2\theta_{eq}$$

D'où le résultat par identification de la pulsation propre de l'équation de l'oscillateur harmonique.

---

23. *Établir l'expression de l'équation horaire de l'angle θ en supposant qu'initialement le pendule est immobile et vertical.*

Réponse :
La solution générale de l'équation précédente est $\theta(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\cos(\omega_0 t) + \theta_{eq}$. De plus, les conditions initiales pour θ sont $\theta(0) = 0$ puis $\dot{\theta}(0) = 0$. On en déduit :

$$\theta(t) = \theta_{eq}(1 - \cos(\omega_0 t))$$

---

24. *Déterminer la valeur a_m de l'accélération maximale du véhicule pour que la masse ne heurte pas le pare-brise. Commenter dans le cas d'un véhicule utilitaire ($\alpha = 20\ °$)*

Réponse :
La masse ne vas pas heurter le pare-brise tant que $\theta(t) < \alpha$ donc pour $\theta_{\max} < \alpha$. Or, on a $\theta_{max} = 2\theta_{eq} \simeq \frac{2a_0}{g}$.
On trouve dans le cas limite $a_m = \alpha\frac{g}{2}$.
On obtient pour le véhicule utilitaire $a_m = 1,7\ m.s^{-2}$. Cette décélération est ainsi très facilement atteignable en pratique !
