Physique - Devoir Maison 2

14/10/2024

Corrigé

I Etude d'un téléobjectif

Un téléobjectif est un objectif de longue focale, c'est-à-dire un objectif dont la focale est supérieure à la diagonale de la pellicule pour un appareil photographique argentique ou de la matrice de cellules photosensibles dans le cas d'un appareil photographique numérique.

Ces objectifs permettent un cadrage serré des sujets photographiés grâce à un angle de champ étroit.

Dans les trois parties suivantes, largement indépendantes, le sujet photographié est constitué par la tour Eiffel culminant à une hauteur $h = 324\,\text{m}$ du sol et située à une distance $d = 2{,}0\,\text{km}$ du photographe.

On rappelle de plus la relation de conjugaison de Descartes pour une lentille de centre O et de distance focale f', faisant l'image (notée A') d'un objet (noté A) sur l'axe optique :

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$$

avec $p' = \overline{OA'}$ et $p = \overline{OA}$.

I.A Objectif standard

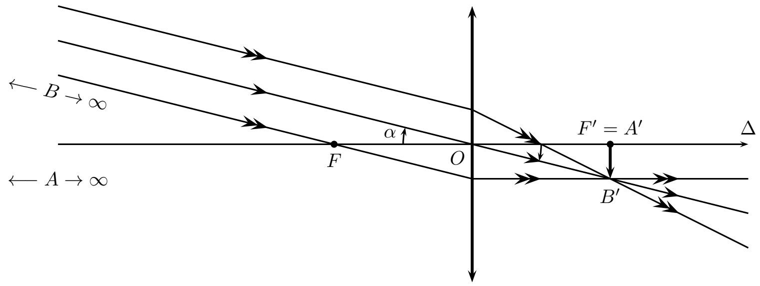
On s'intéresse dans un premier temps à un objectif standard d'appareil photographique argentique constitué d'une lentille convergente unique de centre O et de focale $f' = 50\,\text{mm}$.

1. *Quelle doit être la distance D entre la lentille et la pellicule pour que la photographie soit nette ? Justifier brièvement votre réponse.*

Réponse :
Comme la distance d qui sépare l'objet de la lentille est très grande devant la distance focale de la lentille, on peut considérer que l'objet est à l'infini.
Son image se forme donc $\boxed{\text{dans le plan focal image de la lentille}}$ situé à la distance f' de cette dernière. On doit ainsi prendre $\boxed{D = f' = 50\text{ mm}}$.
Remarque :
Aucun calcul n'était nécessaire pour répondre à cette question, pensez à la définition du foyer principal image. On peut tout de même obtenir ce résultat en utilisant la relation de conjugaison de Descartes.

2. *Construire sur un schéma l'image de l'objet sur la pellicule. On notera α l'angle que forment les rayons incidents issus du sommet de la tour Eiffel avec l'axe optique Δ de la lentille.*

Réponse :
La lentille est considérée comme stigmatique, tous les rayons issus du sommet B de la tour Eiffel située très loin (à l'infini pour la lentille) convergeront en B' son image. On peut ainsi tracer des rayons parallèles provenant de B dont celui passant par O.



3. *On appelle h_1 la hauteur de l'image de la tour Eiffel sur la pellicule. Déterminer son expression en fonction de f', d et h puis calculer sa valeur numérique.*

Réponse :
Dans le triangle $OA'B$, on a $\tan(\alpha) = \frac{\overline{A'B}}{f'}$ soit $h_1 = \overline{A'B} = f' \tan\alpha$. De plus, on a $\tan\alpha = \frac{h}{-d}$. On combine ces résultats et on obtient :

$$\boxed{|h_1| = \left|-h \times \frac{f'}{d}\right| \approx 8{,}1\,\text{mm}}$$

Remarque :
Ce résultat aurait pu être retrouvé avec la formule du grandissement. L' taille de l'image est négative car elle est renversée. On peut aussi choisir de travailler avec des grandeurs non algébriques.

I.B Réalisation d'un téléobjectif avec une lentille unique

4. *Expliquer pourquoi, si l'on souhaite photographier les détails d'un sujet lointain, il faut choisir un objectif de focale plus élevée que celle d'un objectif standard.*

Réponse :
D'après l'expression trouvée à la question précédente, la taille de l'image d'un objet lointain et par conséquent le $\boxed{\text{grandissement } \gamma \text{ de l'objectif est proportionnel à } f'}$ la distance focale de l'objectif. Il sera donc préférable d'utiliser un objectif à grande focale si on veut percevoir les détails d'un objet lointain.

5. *Dans le cas d'un téléobjectif de focale $f'_0 = 200\,\text{mm}$, calculer la hauteur h_2 de l'image de la tour Eiffel sur la pellicule ainsi que l'encombrement de l'appareil (distance entre la lentille et la pellicule)*

Réponse :
Comme l'objet (tour Eiffel) est toujours considéré à l'infini ($d \gg f'_0$), son image se situe toujours dans le plan focal de la lentille d'où un $\boxed{\text{encombrement } \overline{OA'} = \overline{OF'} = f'_0 = 200\,\text{mm}}$.
En reprenant directement l'expression obtenue lors de la partie précédente, on obtient cette fois

$$\boxed{|h_2| = \left|\frac{f'_0}{-d}h\right| = \frac{f'_0}{f'}h_1 = 4h_1 \simeq 32\,\text{mm}}$$

On considère dans un premier temps une lentille de verre d'indice n placée dans l'air (figure I.1). On se place dans l'approximation d'un indice n ne dépendant pas de la longueur d'onde.

6. *Reproduire la figure I.1 et tracer la marche du rayon incident représenté dans et après la lentille. Justifier sommairement le tracé.*

   Réponse :
   Absence de déviation en I (incidence normale). On peut ensuite appliquer la 3ième loi de S.D. en J et on obtient $|r| > |i|$ car $n > 1$.

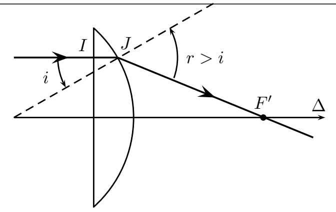


FIGURE I.1 – Schéma de la lentille avec les tracés

---

7. *Quelle est la nature de cette lentille ? Justifier.*

   Réponse :
   Le rayon réfracté est plus "convergent" que le rayon incident. La lentille considéré est donc convergente (On remarque au passage qu'il s'agit bien d'une lentille à bords minces.)

---

8. *Définir le foyer image d'un système optique. Indiquer sur la figure le foyer image F' de la lentille.*

   Réponse :
   Le foyer principal F' de la lentille est par définition l'image d'un point situé à l'infini et sur l'axe optique Δ : $\boxed{A_\infty \in \Delta \longrightarrow F'}$.
   Il est donc à l'intersection de l'axe optique et des rayons arrivant parallèlement à l'axe optique (c'est un point si le système est stigmatique).

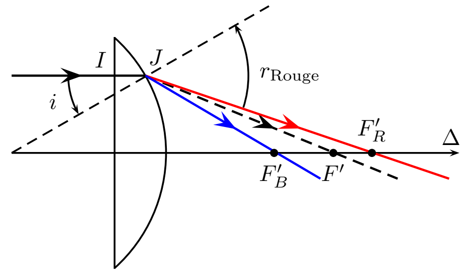
L'indice de réfraction n du verre constituant la lentille dépend en réalité de la longueur d'onde λ de la radiation lumineuse qui la traverse. Ils sont reliés par la loi de Cauchy :

$$n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2}$$

où a et b sont des constantes positives qui ne dépendent que du milieu traversé.

9. *Comparer r_R et r_B, angles réfractés en sortie de lentille pour une radiation rouge et pour une radiation bleue. En considérant un rayon incident polychromatique parallèle à l'axe optique, tracer les chemins suivis par ces deux radiations dans et après la lentille.*

   Réponse :
   Sur le schéma réalisé, le angles sont négatifs donc il est plus simple de travailler avec des valeurs absolues.
   L'angle i étant fixé, on a par application de la 3ième loi de S.D. en J $\sin(r) = n\sin(i)$ avec r l'angle défini sur la figure I.1 positif. On en déduit que $|r| = \arcsin(n|\sin(i)|)$ et donc que $|r|$ est une fonction croissante de n. D'après la loi de Cauchy, on a $\lambda_r > \lambda_b \Rightarrow n_r < n_b$. On en déduit finalement que $\boxed{r_r < r_b}$. Ainsi, le rayon bleu est plus dévié (angle r plus grand).



---

10. *Expliquer le problème qui pourrait se poser si l'on réalisait un téléobjectif avec une lentille unique.*

    Réponse :
    En utilisant une lentille unique à grande focale, une variation, même faible, de $r(\lambda)$ va entrainer l'apparition $\boxed{\text{d'aberrations chromatiques}}$ (entre autres) importantes.

On peut s'affranchir de ce problème en réalisant un doublet, équivalent à une lentille convergente unique, constitué d'une lentille convergente accolée à une lentille divergente, les deux lentilles étant taillées dans des verres d'indices de réfraction différents. Le téléobjectif ainsi constitué présente toutefois l'inconvénient d'un encombrement important.

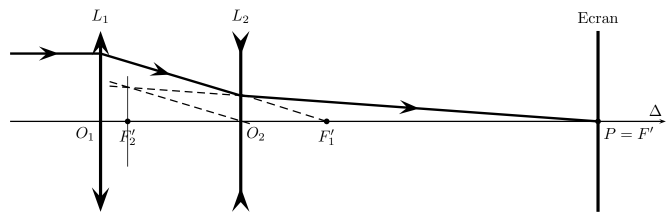
I.C Réalisation d'un téléobjectif par association de deux lentilles distantes de e

Afin de raccourcir les téléobjectifs, en particulier les plus puissants, on peut réaliser un autre montage en associant deux lentilles distantes d'une distance e : une lentille convergente L_1 de centre O_1 et de focale f_1' et une lentille divergente L_2 de centre O_2 et de focale f_2'.

On prendra pour les applications numériques : $f_1' = 50\,\text{mm}$, $f_2' = -25\,\text{mm}$ et $e = O_1O_2 = 31\,\text{mm}$. On note P l'intersection du plan de la pellicule avec l'axe optique et F' l'image par le téléobjectif d'un point à l'infini sur l'axe optique.

11. *Déterminer la position de F' à l'aide d'une construction géométrique (à l'echelle). Mesurer notamment la distance $\overline{O_2F'}$*

    Réponse :
    On obtient la construction graphique suivante :



On mesure graphiquement $\boxed{\overline{O_1F'} \approx 11\,\text{cm}}$

---

12. *Déterminer littéralement (par le calcul) la position de F' en fonction de f_1', f_2' et e. En déduire l'expression de l'encombrement O_1P de l'appareil en fonction de ces mêmes grandeurs. Faire l'application numérique.*

Réponse :
L'image par la lentille L_1 d'un objet à l'infini se trouve au niveau du foyer image de cette dernière soit en F_1'. Il convient alors de chercher l'image de F_1' par la lentille L_2. On peut pour cela appliquer la relation de conjuguaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{O_2F'}} - \frac{1}{\overline{O_2F_1'}} = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow \overline{O_2F'} = \frac{f_2' \times \overline{O_2F_1'}}{\overline{O_2F_1'} + f_2'} = \frac{f_2' \times (\overline{O_2O_1} + \overline{O_1F_1'})}{\overline{O_2O_1} + \overline{O_1F_1'} + f_2'} = \frac{f_2'(f_1' - e)}{f_2' + f_1' - e} \approx 79{,}2\,\mathrm{mm}$$

On obtient bien le foyer image derière la lentille divergente. Le système constitué des deux lentilles est donc bien globalement convergent. On a de même $\boxed{\overline{O_1F'} = \overline{O_1P} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F'} \approx 11\,\mathrm{cm}}$. Ce résultat est bien cohérent avec celui obtenu à la question précédente et correspond à l'encombrement de l'appareil.

---

13. *Déterminer l'expression de h_3, hauteur de l'image de la tour Eiffel sur la pellicule en fonction de f_1', f_2', e, d et h. Faire l'application numérique.*

Réponse :
On peut appliquer deux fois la formule du grandissement. On note pour cela h la taille de la tour Eiffel, h', la taille de l'image intermédiaire de la tour par la lentille L_1 et h_3 la taille de l'image par le système complet. On obtient alors :

$$\frac{h'}{h} = \frac{\overline{O_1F_1'}}{-d} = \frac{f_1'}{-d} \quad \text{et} \quad \frac{h_3}{h'} = \frac{\overline{O_2F'}}{\overline{O_2F_1'}} = \frac{f_2'(f_1' - e)}{(f_2' + f_1' - e)(f_1' - e)} = \frac{f_2'}{f_2' + f_1' - e}$$

On peut combiner ces résultats pour obtenir au final :

$$\boxed{h_3 = -h \times \frac{f_1'}{d} \times \frac{f_2'}{f_2' + f_1' - e} \approx 33{,}8\,\mathrm{mm}}$$

Ici, la taille de l'image est comparable (en valeur absolue) à celle obtenue pour l'objectif composé d'une seule lentille de focale 200 mm. On remarque que sa taille est positive, car le système composé de deux lentilles ne renverse pas l'image.

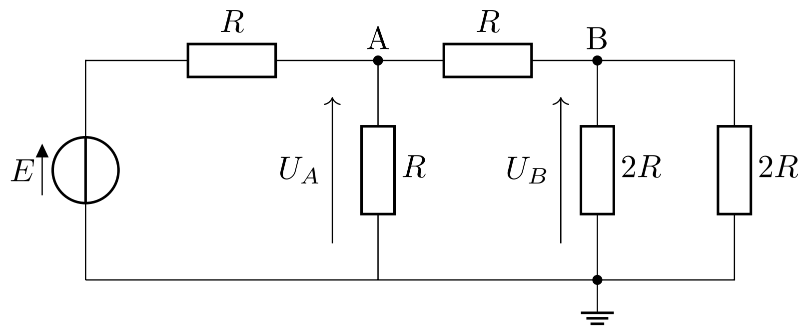
---

14. *Commenter les résultats précédents.*

Réponse :
La taille de l'image est donc similaire à celle obtenue à la question 5 et ce, pour un encombrement beaucoup plus faible. On obtient ainsi un appareil photographique plus compact (11 cm au lieu de 20 cm !).

II Etude d'un circuit en régime stationnaire

On considère le circuit suivant en régime stationnaire. Ce dernier est constitué d'un générateur de f.e.m. E ainsi que de plusieurs résistors.



1. *Exprimer la tension U_B en fonction de U_A.*

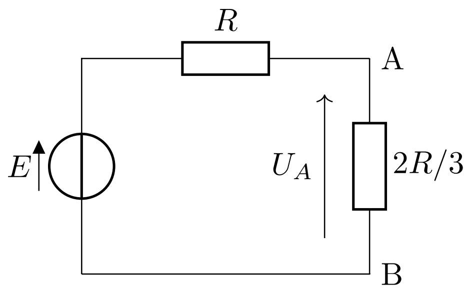
Réponse :
On peut regrouper les deux dipôles de droite (en parallèles) pour obtenir un résistor de valeur $2R/2 = R$. Ce dernier forme alors un pont diviseur de tension avec le résistor placé entre les noeuds A et B d'où au final

$$U_B = \frac{R}{R+R} U_A \Rightarrow \boxed{U_B = \frac{1}{2} U_A}$$

---

2. *Déterminer ensuite les tensions U_A puis U_B en fonction de E.*

Réponse :
Pour U_A, on ne peut pas directement appliquer le résultat du pont diviseur de tension car les résistors à considerer ne sont pas en série (i.e. traversés par le même courant). Il convient alors de combiner les deux résistors restant à droite en parallèle (valeurs R et $2R$) pour obtenir



On en déduit à l'aide d'un pont diviseur de tension que

$$U_A = \frac{2R/3}{R + 2R/3} E \Rightarrow \boxed{U_A = \frac{2}{5} E}$$

On en déduit finalement que $\boxed{U_B = \frac{1}{5} E}$

3. *Exprimer le courant I fourni par le générateur en fonction de E et R.*

Réponse :
Dans le schéma simplifié précédent, on obtient à l'aide de la loi des mailles

$$E = RI + \frac{2}{3}RI \Rightarrow \boxed{I = \frac{3}{5}\frac{E}{R}}$$

4. *Exprimer alors la puissance P_f fournie par le générateur ainsi que les puissances P_A et P_B reçues respectivement par la résistance R du schéma aux bornes de laquelle il y a la tension U_A et par la résistance $2R$ du schéma aux bornes de laquelle il y a la tension U_B.*

Réponse :

La puissance fournie par la générateur (convention générateur) est $\boxed{P_f = EI = \frac{3}{5}\frac{E^2}{R}}$.
De même, on a :
$\boxed{P_A = U_A^2/R = \frac{4}{25}\frac{E^2}{R}}$ et $\boxed{P_B = U_B^2/(2R) = \frac{1}{50}\frac{E^2}{R}}$

Pour aller plus loin :
Il faut faire très attention aux formules utilisées ici. Il peut être par exemple tentant d'écrire $P_A = u_A \times I$. C'est faux car I n'est pas le courant traversant le résistor considéré. Le plus simple est donc de revenir à la formule proposée : $P_A = u_A^2/R_A$ avec $R_A = R$.

5. *Obtient-on $P_f = P_A + P_B$? Justifier ensuite votre réponse à l'aide d'arguments physiques.*

Réponse :
On a $P_A + P_B = \frac{6}{26}\frac{E^2}{R} < P_f$. L'égalité n'est donc pas respectée. En effet, la somme des puissances fournies est égale à la somme des puissances fournies. Cependant, d'autres résistors que ceux considérés reçoivent de la puissance et n'ont pas été pris en compte ici d'où le résultat.